

Übungen: Modellierungs- und Steckbriefaufgaben

– ganzrationale Funktionen bis Grad 3 –

Aufgabe 1. Der Querschnitt eines 2 km langen Kanals hat die Form einer ganzrationalen Funktion zweiten Grades. An der tiefsten Stelle ist der Kanal 4 m tief. An der Oberfläche hat er eine Breite von 12 m

- Skizzieren Sie den Querschnitt des Kanals und ergänzen Sie Ihre Zeichnung um ein sinnvolles Koordinatensystem, in dem auch die wichtigsten Punkte markiert sind.
- Stellen Sie mit Hilfe Ihres Koordinatensystems Bedingungen an den Verlauf der Funktion auf, die den Querschnitt des Kanals beschreibt.
- Lösen Sie das zu den Bedingungen aus b) gehörige lineare Gleichungssystem und geben Sie die zugehörige Funktion an.
- Berechnen Sie den Inhalt der Querschnittsfläche.
- Ermitteln Sie, wie viel Wasser sich im Kanal befindet, wenn er bis zum Rand gefüllt ist.
- Berechnen Sie, wie viel Prozent der Wassermenge sich noch im Kanal befindet, wenn er nur bis 1 m unter den Rand gefüllt ist.

Aufgabe 2. Der Verlauf einer Landstraße durch ein Waldstück im Sauerland kann in einem Koordinatensystem näherungsweise durch die Funktion

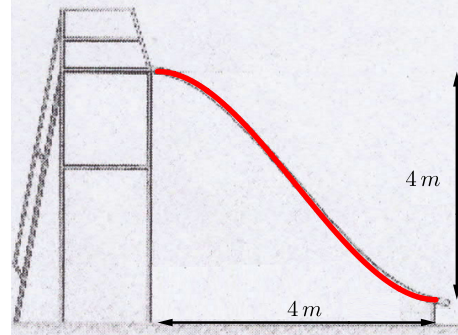
$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 3$$

beschrieben werden. Diese Straße kreuzt mehrfach eine gerade Bundesstraße, die im gleichen Koordinatensystem durch die Punkte $P(0/5)$ und $Q(1,5/6)$ verläuft. Alle Einheiten sind in km zu verstehen.

- Skizzieren Sie beide Straßen. Bestimmen Sie dazu insbesondere die Extrema der Funktion dritten Grades, ihren y -Achsenabschnitt und den globalen Verlauf.
- Argumentieren Sie, warum die Funktion f nur eine Nullstelle hat und diese kleiner als -3 ist.
- Geben Sie eine Funktionsvorschrift für den Verlauf der Bundesstraße an.
- Markieren Sie in der Skizze den Bereich, der von den beiden Straßen eingeschlossen wird.
- Berechnen Sie den Inhalt der eingeschlossenen Fläche.

Aufgabe 3.

Eine Metallrutsche hat eine Höhe und eine Breite von jeweils 4 m . Das Profil soll durch eine ganzrationale Funktion dritten Grades $f(x)$ festgelegt sein. Der Übergang an die obere Plattform und an einen waagerechten Auslauf soll knickfrei erfolgen.



- Legen Sie ein Koordinatensystem derart fest, dass $f(x)$ den y -Achsenabschnitt $y = 4$ besitzt.
- Bestimmen Sie die Bedingungen an die Funktion $f(x)$ und stellen Sie das zugehörige lineare Gleichungssystem auf.
- Lösen Sie das lineare Gleichungssystem und geben Sie die Funktion $f(x)$ an.
- Die DEKRA fordert, dass die Rutsche an keiner Stelle steiler als 60° gegen die Horizontale sein darf (das entspricht einer Steigung vom Betrag $1,73$). Überprüfen Sie, ob die Vorgabe erfüllt ist.
- Der Spielplatzbesitzer möchte die Querschnittsfläche unter der Rutsche mit Holz verkleiden. Berechnen Sie den Materialverbrauch.
- Der Spielplatzbesitzer schätzt das benötigte Material mit 8 m^2 ab. Beurteilen Sie seine Schätzung. Worauf beruht die Schätzung des Spielplatzbetreibers?