

Übungen: Modellierungs- und Steckbriefaufgaben

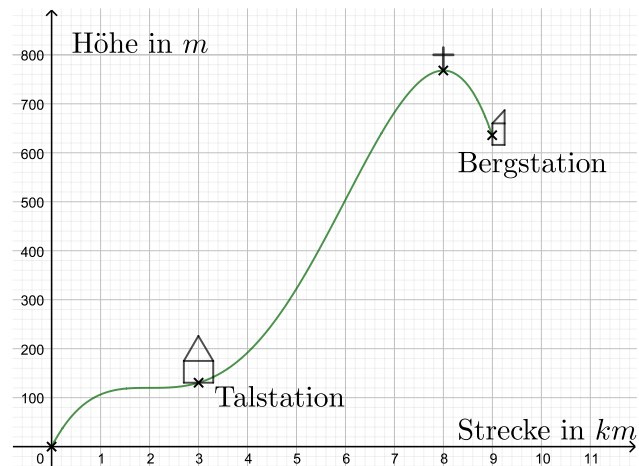
– ganzrationale Funktionen vom Grad 4 –

Aufgabe 1.

Das Höhenprofil einer Bergwanderung wird annähernd durch den Graphen der Funktion

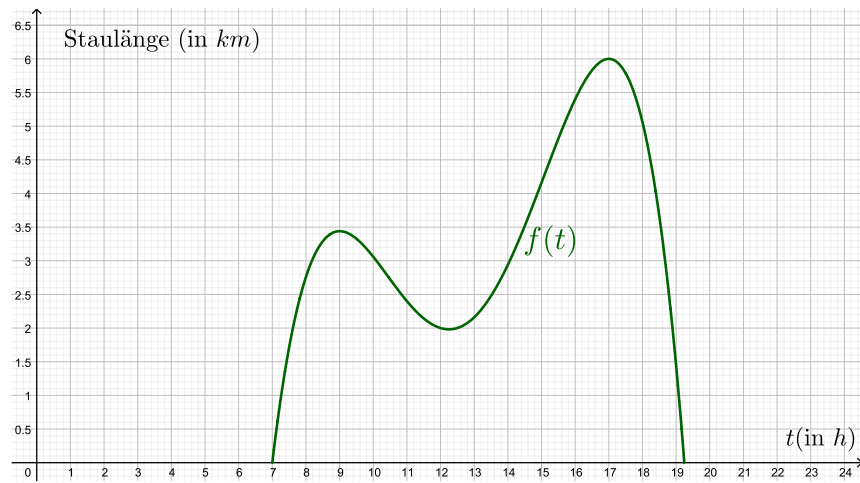
$$f(x) = -1,5x^4 + 24x^3 - 108x^2 + 192x$$

beschrieben.



- Berechnen Sie die Zahl der zu überwindenden Höhenmeter und geben Sie an, welche Strecke in horizontaler Richtung bis zum Gipfel zurückgelegt werden müssen.
- Die Wanderung endet nach 9 km an der Bergstation der Seilbahn, welche die Wanderer wieder zur Talstation zurückbringt. Auf welcher Höhe befindet sich die Bergstation?
- 192, oberhalb der Talstation befinden sich Wanderweg und Seilbahn auf gleicher Höhe. Lesen Sie aus der Zeichnung ab, nach welcher Wegstrecke das geschieht, und bestätigen Sie den abgelesenen Wert durch eine Rechnung.
- Ermitteln Sie, wo sich die steilste Stelle des Weges zwischen Talstation und Gipfelkreuz befindet.
- Ermitteln Sie, an welcher Stelle des Aufstiegs vom Startpunkt bis zum Gipfel die geringste Steigung vorliegt (dabei ist der Gipfel selbst ausgenommen!). Berechnen Sie dazu den entsprechenden Streckenabschnitt und geben Sie auch an, in welcher Höhe sich der Punkt befindet.
- Ermitteln Sie die mittlere Steigung des Aufstiegs und die mittlere Steigung der gesamten Wanderung.

Aufgabe 2. Die durchschnittliche Staulänge auf der A40 an einem Wochentag wird durch eine Funktion $f(t)$ beschrieben. Hierbei gibt t die Zeit in Stunden ab Tageswechsel um 0:00 Uhr an und die Staulänge $f(t)$ ist in km gemessen. Die Skizze zeigt den Graphen der Funktion $f(t)$ im Tagesverlauf.



$$f(t) = -0,01t^4 + 0,51t^3 - 9,43t^2 - 74,97t - 213,64$$

- Beschreiben Sie den zeitlichen Verlauf des Staus mit eigenen Worten. Finden Sie im Sachzusammenhang eine Begründung für die beiden Maxima des Staus.
- Lesen Sie die Startuhrzeit des Staus ab und überprüfen Sie den abgelesenen Wert durch eine Rechnung.
- Berechnen Sie die Länge des Staus um 8:00 Uhr. Berechnen Sie auch die lokale Änderungsrate des Staus zu diesem Zeitpunkt.
- Lesen Sie die Uhrzeit ab, zu der der Stau am Morgen am längsten ist. Überprüfen Sie durch Rechnung, ob ihr abgelesener Wert tatsächlich das Maximum liefert und berechnen Sie die zugehörige Staulänge.
- Über das Radio werden nur Staulängen über $2 km$ durchgegeben. Begründen Sie rechnerisch, warum der Stau zwischen 12:00 Uhr und 13:00 Uhr nicht ständig durchgegeben wird.
- Berechnen Sie die Uhrzeit, zu der die Staulänge am frühen Nachmittag am stärksten steigt.
- Lesen Sie die Uhrzeit ab, zu der der Stau am Nachmittag am längsten ist. Überprüfen Sie durch Rechnung, ob ihr abgelesener Wert tatsächlich das Maximum liefert und berechnen Sie die zugehörige Staulänge.
- Beschreiben Sie im Sachzusammenhang die Bedeutung des in g) berechneten Zeitpunkts für die Zahl der Autos, die am Stauende hinzukommen, und für die Zahl der Autos, die am Stauanfang wieder freie Fahrt haben.
- Bestimmen Sie bis auf zwei Nachkommastellen genau den Wert t , zu dem der Stau sich am Abend aufgelöst hat. Nutzen Sie das Intervallhalbierungsverfahren und lesen Sie dazu geeignete Startwerte aus der Skizze ab.