

## Aufgaben: Ganzrationale Funktionen

### Teil 1: Grundlegende Eigenschaften ganzrationaler Funktionen

---

**Aufgabe 1.** Gegeben sind die vier ganzrationalen Funktionen

$$\begin{aligned} f_1(x) &= -x^3 + 2x - 1 & f_2(x) &= -\frac{1}{2}x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 1 \\ f_3(x) &= 0,3x^5 - 0,2x^3 + x & f_4(x) &= \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Vervollständigen Sie die folgende Wertetabelle mit Hilfe Ihres Taschenrechners:

$x$	-5,5	-4	-2,5	-1	0	1	2,5	4	5,5
$f_1(x)$									
$f_2(x)$									
$f_3(x)$									
$f_4(x)$									

**Aufgabe 2.** Eine ganzrationale Funktion vierten Grades lässt sich in der Form

$$f(x) = 2(x^2 + 4)(x - 1)(x + 2)$$

schreiben.

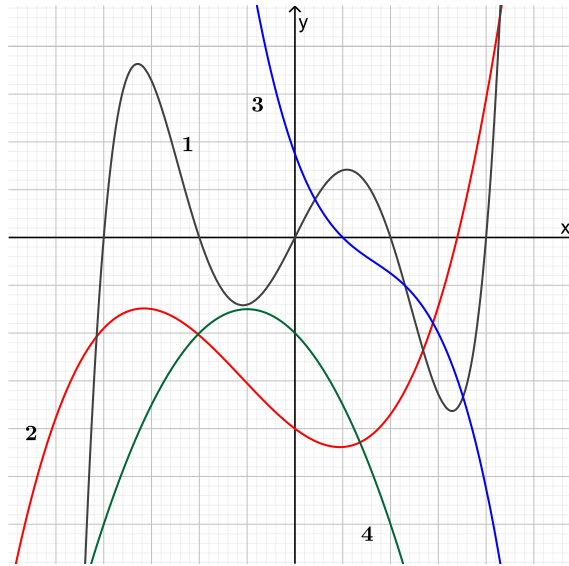
- a) Bestimmen Sie die Koeffizienten  $a, b, c, d, e$  der Normalform

$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e.$$

- b) Welche Vorteile hat die Darstellung von  $f(x)$  aus der Aufgabenstellung gegenüber der Darstellung aus Aufgabe a? Berechnen Sie zur Unterstützung Ihrer Begründung die Nullstellen der Funktion  $f(x)$  mit Ihrem Taschenrechner.

### Aufgabe 3.

In der Graphik sind 4 ganzrationale Funktionen skizziert. Diskutieren Sie mit Begründung die möglichen Grade der vier Funktionen und das Vorzeichen ihrer Leitkoeffizienten.



**Aufgabe 4.** Der Graph einer ganzrationalen Funktion  $f(x)$  verläuft durch die Punkte

$$(1/10), (0/1), (3/-1), (10/5), (6/-7).$$

- Welchen Grad sollte der Ansatz für Ihre Funktion haben, damit Sie sichern können, dass die erhaltene Funktion durch die fünf Punkte verläuft? Begründen Sie ihre Wahl kurz.
- Formulieren Sie Bedingungen an die Funktion  $f(x)$ , die sich aus den Vorgaben ergeben. Übersetzen Sie diese in ein lineares Gleichungssystem.
- Lösen Sie das lineare Gleichungssystem mit Ihrem Taschenrechner und geben Sie die Funktion  $f(x)$  an.

**Aufgabe 5.** a) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion

$$f(x) = 0,5x^3 + 2x^2 - 4x - 5$$

qualitativ, indem Sie mit Ihrem Taschenrechner die Nullstellen dieser Funktion berechnen.

- Begründen Sie kurz, wie Sie bei Ihrer qualitativen Skizze vorgegangen sind.
- Diskutieren Sie, ob Sie für jede ganzrationale Funktion dritten Grades eine qualitative Skizze mit Hilfe der Nullstellen angeben könnten. Ergänzen Sie Ihre Begründung mit zusätzlichen Skizzen.

**Aufgabe 6.** Skizzieren Sie eine ganzrationale Funktion, die durch die Punkte

$$(-5/6), (1/-8), (3/2), (10/-6)$$

verläuft, indem Sie zunächst wie in Aufgabe 4 eine Funktion bestimmen und dann wie in Aufgabe 5 den zugehörigen Graph skizzieren.