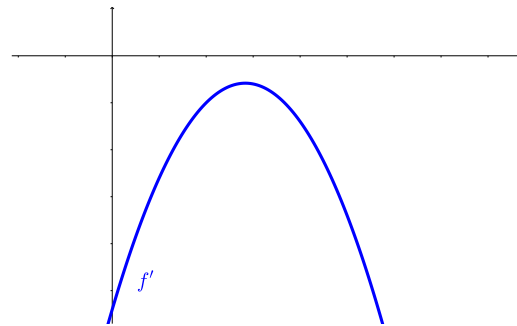
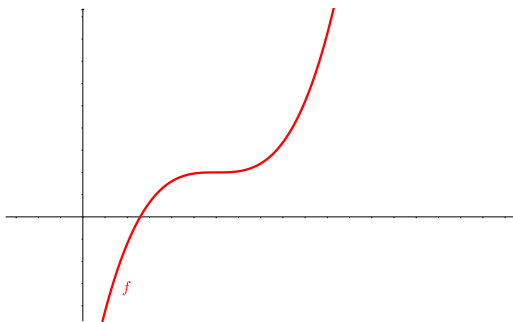
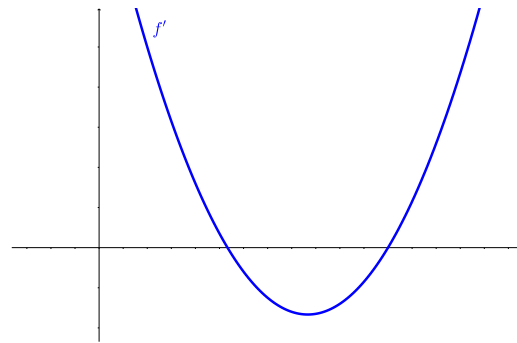
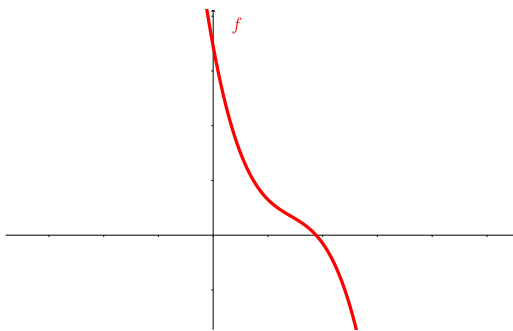
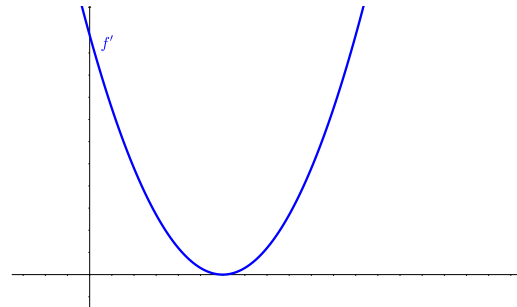
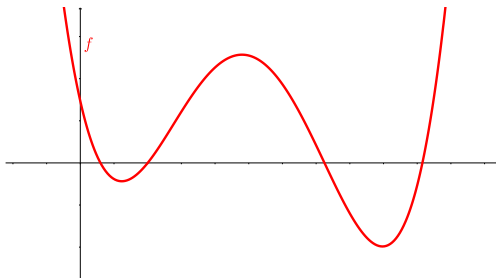
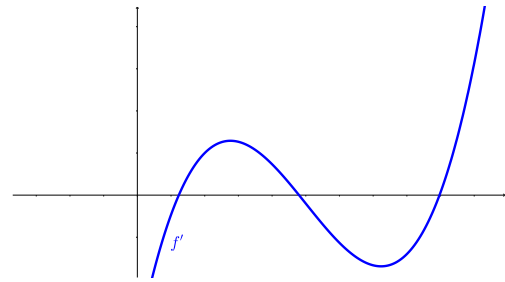
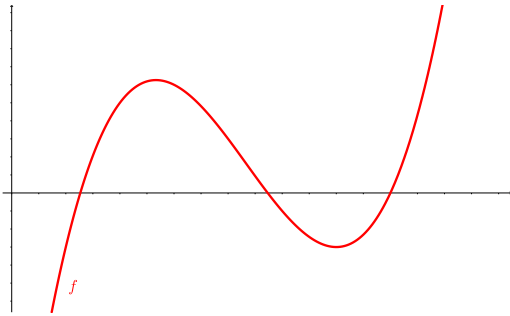


Ganzrationale Funktionen und ihre Ableitungen

---

**Aufgabe 1.**

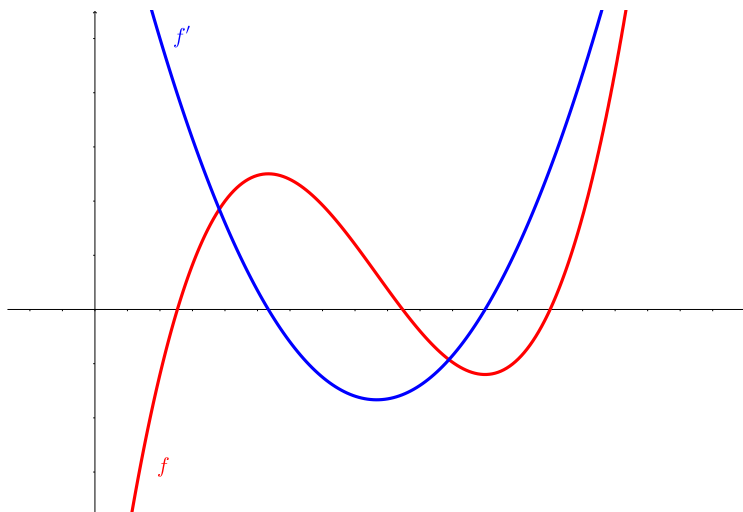
Ordnen Sie die Funktionen ihrer Ableitung zu. (links:  $f(x)$ , rechts:  $f'(x)$ )



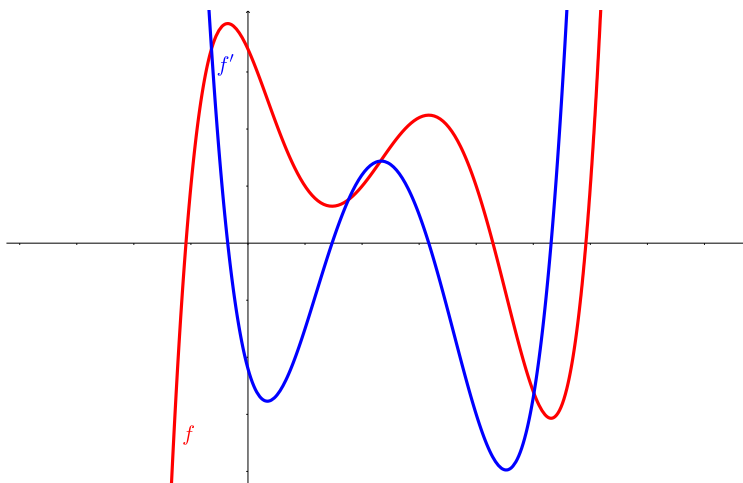
## Aufgabe 2.

Begründen Sie, warum die mit  $f'$  bezeichnete Funktion tatsächlich die Ableitung der Funktion  $f$  sein kann. Nutzen Sie zur Begründung die Verläufe der zwei Graphen.<sup>1</sup>

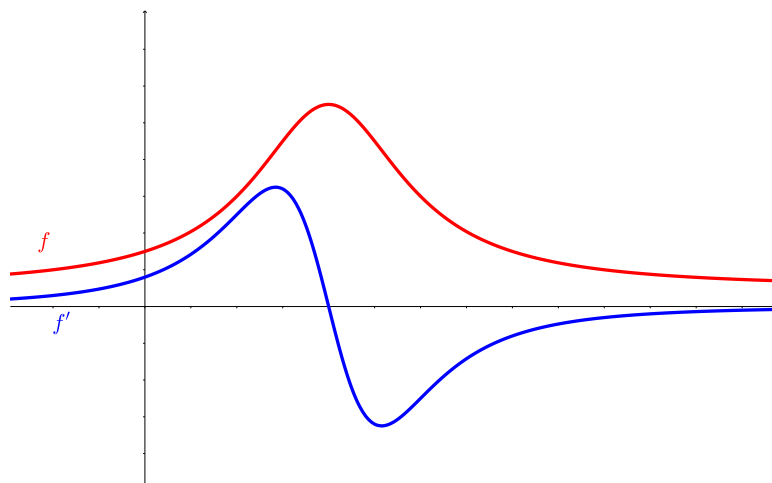
a)



b)



c)



<sup>1</sup>Ergänzende Bemerkung: a)  $f(x) = x^3 - 13x^2 + 48x - 42$ , b)  $f(x) = x^5 - 12x^4 + 43x^3 - 36x^2 - 44x + 20$ , c)  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 15}{10x^2 - 40x + 50}$  (insbesondere ist c keine ganzrationale Funktion!)

### Aufgabe 3.

Berechnen Sie die Ableitungen der angegebenen Funktionen.

a) i)  $f(x) = 2x^7 \implies f' =$

ii)  $f(x) = 3x^4 - 2x^2 \implies f' =$

b) i)  $f(x) = 3x^9 - x^3 + 4x^2 - 3x + 4$   
 $\implies f' =$

ii)  $f(x) = 12x + 34,5x^2 - 4,25x^4 - 9$   
 $\implies f' =$

c) i)  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 3x - 1$   
 $\implies f' =$

ii)  $f(x) = \frac{15}{28}x^4 + \frac{5}{21}x^3 - \frac{3}{14}x^2 - \frac{1}{7}x + 12$   
 $\implies f' =$

#### Aufgabe 4.

- a) Berechnen Sie für die Funktion  $f(x)$  die Stellen mit neutraler Steigung:

$$f(x) = x^3 - 3x$$

Nutzen Sie dazu die Ableitung  $f'(x)$ .

- b) Berechnen sie mit Hilfe der Ableitung die **zwei** Stellen an denen  $f$  neutrale Steigung hat:

$$f(x) = x^3 - 3x^2.$$

Begründen Sie kurz, warum die zwei neutralen Stellen Extremstellen der Funktion  $f$  sein müssen.

- c) Bestimmen Sie die Anzahl und die ungefähre Lage der Nullstellen der Funktion

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x - 10,$$

indem Sie Ihre Argumentation ausgehend von den Stellen mit neutraler Steigung beginnen.

#### Aufgabe 5.

Eine Funktion  $f(x)$  ist bis auf einen unbekanntem Parameter  $a$  gegeben:

$$f(x) = ax^2 + ax - 2a.$$

- a) Es wird behauptet, dass die Funktion  $f(x)$  ihre Nullstellen bei  $x = -2$  und  $x = 1$  hat. Überprüfen Sie das.
- b) Wie müssen Sie  $a$  wählen, damit die Steigung von  $f(x)$  an der Stelle  $x = 1$  den Wert  $\frac{1}{2}$  hat?