

Beispielaufgaben zur *Dichte*

Aufgabe 1.

Die Seitenflächen eines Satteldaches haben die Seitenlängen 12.8 m und 9.3 m und sind mit Schnee bedeckt. Wenn wir senkrecht von der Dachoberfläche messen, beträgt die Höhe des Schnees 25 cm .

Wie schwer ist der Schnee, wenn wir eine Dichte von $0.2\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ voraussetzen?

Lösungsvorschlag:

Dachfläche:

$$A = 2 \cdot (12.8\text{ m} \cdot 9.3\text{ m}) = 238.08\text{ m}^2$$

Volumen des Schnees:

$$V = 238.08\text{ m}^2 \cdot 25\text{ cm} = 238.08\text{ m}^2 \cdot 0.25\text{ m} = 59.52\text{ m}^3 = 59520\text{ dm}^3$$

Gewicht des Schnees:

$$M = \rho \cdot V = 0.2\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 59520\text{ dm}^3 = 11904\text{ kg} = 11.904\text{ t}$$

Antwort: Das Dach ist mit ca. 11.9 t Schnee belastet.

Aufgabe 2.

Ein LKW darf mit 28 t zusätzlicher Last beladen werden. Es sollen aus Stahl gefertigte Kreisringe transportiert werden, deren Außendurchmesser 7 m , deren Innendurchmesser 6.8 m und deren Höhe 20 cm beträgt. Der Stahl hat eine Dichte von $8,7\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$.

Wie viele Ringe dürfen transportiert werden?

Lösungsvorschlag:

Zur Berechnung der Grundfläche des Kreisrings nennen wir den Innenradius r_i und den Außenradius r_a . Seine Höhe nennen wir h :

$$A = \pi(r_a^2 - r_i^2) = \pi((3.5\text{ m})^2 - (3.4\text{ m})^2) = \pi(12.25 - 11.56)\text{ m}^2 \approx 2.17\text{ m}^2.$$

Volumen eines Rings:

$$V = A \cdot h = 2.17\text{ m}^2 \cdot 0.2\text{ m} = 0.434\text{ m}^3 = 434\text{ dm}^3.$$

Es bezeichne N die Anzahl der transportierten Ringe, sodass deren Gesamtvolumen $N \cdot 434 \text{ dm}^3$ ist. Die Formel für die Dichte, $M = \rho \cdot V$, gibt

$$28000 \text{ kg} = 8.7 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot (N \cdot 434 \text{ m}^3) = 3775.8 \text{ kg} \cdot N.$$

Stellen wir das nach N um, so folgt

$$N = \frac{28000 \text{ kg}}{3775.8 \text{ kg}} \approx 7.4.$$

Antwort: Es dürfen maximal 7 Ringe transportiert werden.

Aufgabe 3.

Ein aus Stahl gefertigter, dünnwandiger Tank hat ein Gewicht von 4200 kg . Wenn er mit Wasser gefüllt ist, dann wiegt er 8.56 t . Ist er mit einem unbekanntem flüssigen Kohlenwasserstoffgemisch gefüllt ist, dann wiegt er 7.8 t .

Welche Dichte hat die unbekannte Flüssigkeit, wenn wir für die Dichte von Wasser den Wert $1 \frac{\text{kg}}{\ell}$ verwenden?

Lösungsvorschlag:

Das im Tank befindliche Wasser hat ein Gewicht von

$$M_{H_2O} = 8.56 \text{ t} - 4200 \text{ kg} = 8560 \text{ kg} - 4200 \text{ kg} = 4360 \text{ kg}.$$

Mit Hilfe der Formel für die Dichte ist das Volumen des Wassers somit

$$V_{H_2O} = \frac{M_{H_2O}}{\rho_{H_2O}} = \frac{4360 \text{ kg}}{1 \frac{\text{kg}}{\ell}} = 4360 \ell.$$

Dieses Volumen stimmt mit dem Volumen des CH -Gemisches überein:

$$V_{CH\text{-Gemisch}} = V_{H_2O} = 4360 \ell.$$

Ähnlich wie oben berechnen wir die Masse des CH -Gemisches zu

$$M_{CH\text{-Gemisch}} = 7.8 \text{ t} - 4200 \text{ kg} = 7800 \text{ kg} - 4200 \text{ kg} = 3600 \text{ kg},$$

sodass wir wieder mit Hilfe der Dichteformel die folgende Dichte erhalten:

$$\rho_{CH\text{-Gemisch}} = \frac{M_{CH\text{-Gemisch}}}{V_{CH\text{-Gemisch}}} = \frac{3600 \text{ kg}}{4360 \ell} \approx 0.83 \frac{\text{kg}}{\ell}$$

Antwort: Die Dichte des Kohlenwasserstoffgemisches beträgt etwa $0.83 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$.