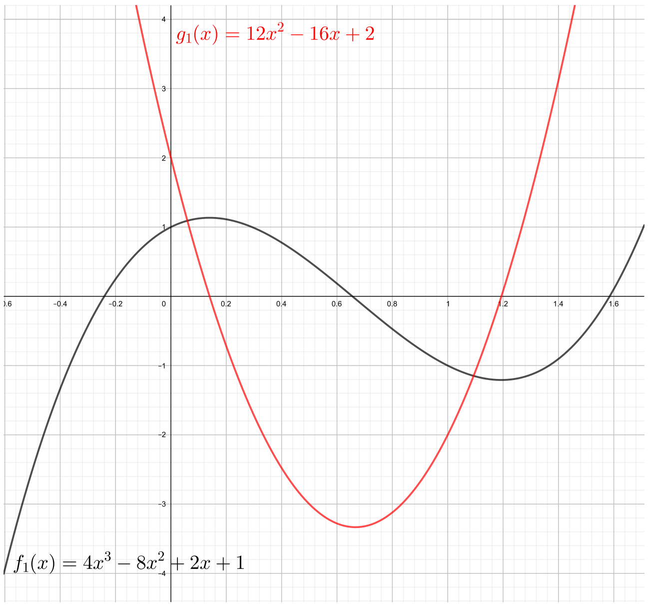
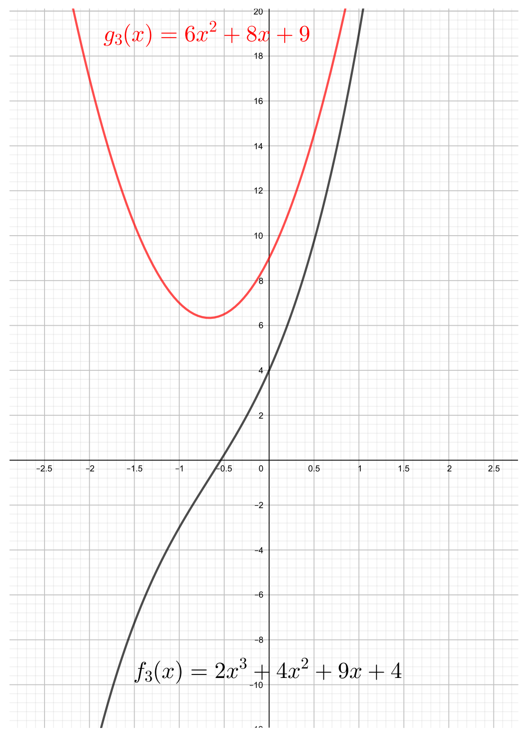
Frank Klinker

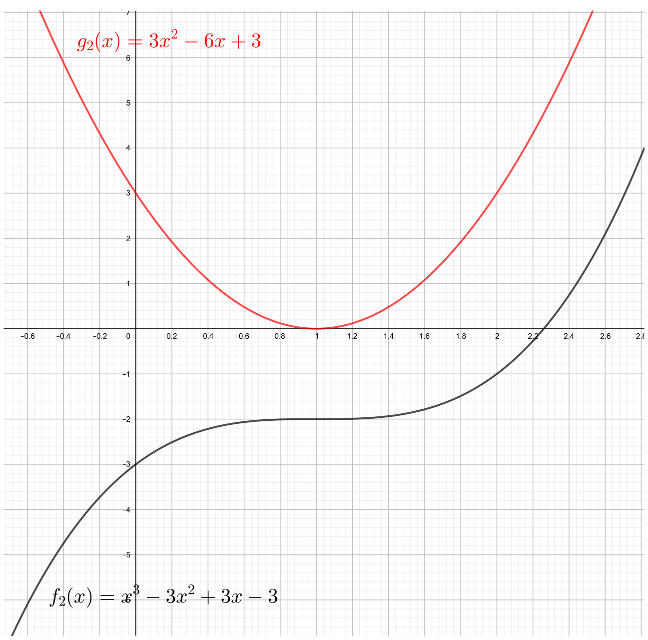
Die Steigung von Polynomen liefert spezielle Polynompaare

Wir haben drei Paare von Polynomen näher untersucht.

Dabei ist uns zwischen den Graphen ein spezieller qualitativer Zusammenhang aufgefallen.







Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm
E-Mail: mail@frank-klinker.de

Aufgabe 1.

Füllen Sie den folgenden Text aus:

Unsere Beobachtungen:

Das Polynom g vom Grad __2__ beschreibt die __Steigung__ des Polynoms f vom Grad __3__.

Genauer gilt:

- Wenn f __steigt__, dann ist das Vorzeichen von g positiv.
- Wenn f __fällt__, dann ist das Vorzeichen von g negativ.
- An den Stellen wo f __neutral/flach__ ist, hat g eine __Nullstelle__.

Wir notieren die Paare von oben nochmal untereinander

$$\begin{array}{l|l|l} f_1(x) = 4x^3 - 8x^2 + 2x + 1 & f_2(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 3 & f_3(x) = 2x^3 + 4x^2 + 9x + 4 \\ g_1(x) = 12x^2 - 16x + 2 & g_2(x) = 3x^2 - 6x + 3 & g_3(x) = 6x^2 + 8x + 9 \end{array}$$

Aufgabe 2.

Welche Systematik sehen Sie jeweils zwischen den Funktionsvorschriften der Paare f_i, g_i für $i = 1, 2, 3$.

Beschreiben Sie diese mit eigenen Worten.

Für die Lösung schreiben wir die Tabelle (spaltenweise) etwas ausführlicher, um die Systematik zu erkennen:

f_1, g_1

$$\begin{array}{llll} f_1(x) = 4x^3 & -8x^2 & +2x & +1 \\ f_1(x) = 4 \cdot x^3 & -8 \cdot x^2 & +2 \cdot x^1 & +1 \cdot x^0 \\ \quad\downarrow & \quad\downarrow & \quad\downarrow & \quad\downarrow \\ g_1(x) = 4 \cdot 3 \cdot x^{3-1} & -8 \cdot 2 \cdot x^{2-1} & +2 \cdot 1 \cdot x^{1-1} & +1 \cdot 0 \cdot x^{0-1} \\ g_1(x) = 12x^2 & -16x & +2 & \end{array}$$

$\underline{f_2, g_2}$

$$\begin{array}{lllll}
f_2(x) = x^3 & -3x^2 & +3x & -3 \\
f_2(x) = 1 \cdot x^3 & -3 \cdot x^2 & +3 \cdot x^1 & -3 \cdot x^0 \\
\quad\quad\downarrow & \quad\downarrow & \quad\downarrow & \quad\downarrow \\
g_2(x) = 1 \cdot 3 \cdot x^{3-1} & -3 \cdot 2 \cdot x^{2-1} & +3 \cdot 1 \cdot x^{1-1} & -3 \cdot 0 \cdot x^{0-1} \\
g_2(x) = 3x^2 & -6x & +3 &
\end{array}$$

$\underline{f_3, g_3}$

$$\begin{array}{lllll}
f_3(x) = 2x^3 & +4x^2 & +9x & +4 \\
f_3(x) = 2 \cdot x^3 & +4 \cdot x^2 & +9 \cdot x^1 & +4 \cdot x^0 \\
\quad\quad\downarrow & \quad\downarrow & \quad\downarrow & \quad\downarrow \\
g_3(x) = 2 \cdot 3 \cdot x^{3-1} & +4 \cdot 2 \cdot x^{2-1} & +9 \cdot 1 \cdot x^{1-1} & +4 \cdot 0 \cdot x^{0-1} \\
g_3(x) = 6x^2 & +8x & +9 &
\end{array}$$

Die Partnerfunktion g_i der Funktion f_i erhält man wie folgt:

Man nimmt einen Summanden von f_i und erhält den zugehörigen Summanden von g_i, indem man

- den Vorfaktor der Potenz von x mit dem Exponenten der Potenz multipliziert und
- den Exponenten der Potenz von x um Eins verringert.