

1 Was ist eine Größe und wie kann man damit rechnen?

Eine **Größe** besteht immer aus einer Zahl - dem **Wert** - und einer **Einheit**.

Als Beispiel nehmen wir die elektrische Spannung unseres Stromnetzes. Diese misst man in der Einheit V (Volt) und sie beträgt $220 V$.

Hierbei ist 220 der Wert der Größe und V die Einheit.

Bekannte Größen mit denen wir uns beschäftigen sind z.B.

- **Längen** mit den Einheiten km (Kilometer), m (Meter), dm (Dezimeter), cm (Zentimeter) und mm (Millimeter)
- **Geldbeträge** mit den Einheiten $€$ (Euro) und ct (Cent)
- **Gewichte** mit den Einheiten t (Tonne), kg (Kilogramm), g (Gramm) und mg (Milligramm)

Beispiel 1.

$1 m$ $40 kg$ $4,20 €$ $420 ct$ $300 cm$ $30 dm$ $400 g$ $0,3 m$ u.s.w.

Regeln zum Rechnen mit Größen

- Man kann Größen addieren oder subtrahieren, wenn sie die gleichen Einheiten haben.
- Man kann Größen mit Zahlen multiplizieren und durch Zahlen teilen.

Beispiel 2.

$$1 € + 3 € = 4 €$$

$$300 ct - 50 ct = 250 ct$$

$$4 € \cdot 7 = 28 €$$

$$420 ct : 21 = 20 ct$$

$$23 cm - 2 cm = 21 cm$$

$$4 mg + 34 mg = 38 mg$$

$$80 m : 10 = 8 m$$

$$12 kg \cdot 3 = 36 kg$$

Wir können auch Größen mit unterschiedlichen Einheiten addieren und subtrahieren, wenn sie "zusammenpassen":

- Die Größen 2 kg und 4 m kann man nicht addieren oder subtrahieren, da sie nicht zusammenpassen: die eine beschreibt ein Gewicht und die andere eine Länge.
- Wir können die Geldbeträge 3 € und 25 ct zusammenrechnen und bekommen $3,25\text{ €}$.
- Wir können von der Länge 2 m die Länge 50 cm abziehen und bekommen 150 cm .

Grundregel zum Rechnen mit Größen

Bevor wir zusammenpassende Größen addieren oder subtrahieren können, müssen wir sie zunächst auf die **gleiche Einheit** bringen.

Beispiel 3. • Wir haben im vorigen Beispiel 3 € und 25 ct zusammengerechnet und $3,25\text{ €}$ erhalten. Eigentlich haben wir das folgende getan:

3 € sind 300 ct . Zusammen mit 25 ct sind das 325 ct oder $3,25\text{ €}$.

- Im gleichen Beispiel haben wir 50 cm von 2 m abgezogen und 150 cm erhalten. eigentlich haben wir das so gemacht:

2 m sind 200 cm . Abzüglich 50 cm sind das 150 cm oder $1,5\text{ m}$.

2 Umrechnen von Geldbeträgen

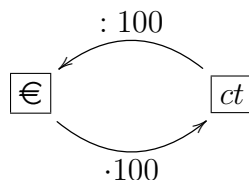
Beispiel 4. Bei Geldbeträgen fällt uns das Rechnen mit unterschiedlichen Einheiten nicht sehr schwer:

$$1\text{ €} = 100\text{ ct}$$

$$20\text{ ct} = 0,20\text{ €}$$

$$2\text{ €}40\text{ ct} = 240\text{ ct} = 2,40\text{ €}$$

Die **Umrechnung von Geldbeträgen** in Euro und Cent geschieht mit dem Übergangsfaktor 100:



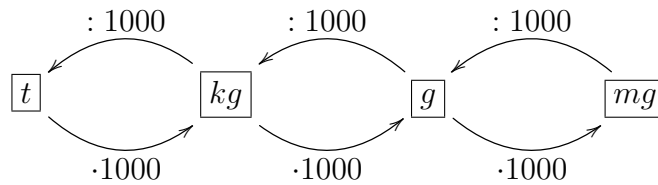
Beispiel 5.

$$400\text{ ct} = \boxed{4}\text{ €} \quad (\text{man muss durch } 100 \text{ teilen})$$

$$35\text{ €} = \boxed{3500}\text{ ct} \quad (\text{man muss mit } 100 \text{ multiplizieren})$$

3 Umrechnen von Gewichten

Die Umrechnung von Gewichten geschieht mit dem Übergangsfaktor 1000:



Beispiel 6.

$$3,5 \text{ kg} = \boxed{3500} \text{ g} \quad (\text{man muss mit } 1000 \text{ multiplizieren})$$

$$4000 \text{ mg} = \boxed{4} \text{ g} \quad (\text{man muss durch } 1000 \text{ teilen})$$

$$1,5 \text{ t} = \boxed{1500} \text{ kg} \quad (\text{man muss mit } 1000 \text{ multiplizieren})$$

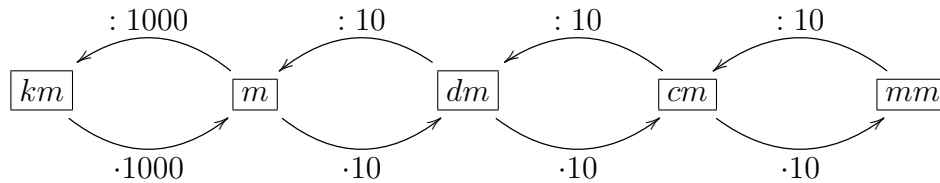
$$1,5 \text{ t} = \boxed{1500000} \text{ g} \quad (\text{man muss mit } 1000 \cdot 1000 = 1000000 \text{ multiplizieren})$$

$$300000 \text{ mg} = \boxed{0,3} \text{ kg} \quad (\text{man muss durch } 1000 \cdot 1000 = 1000000 \text{ teilen})$$

4 Umrechnen von Längen

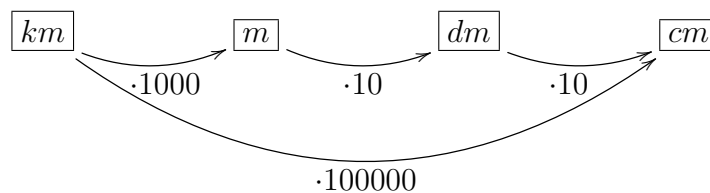
Die wichtigsten Längeneinheiten sind *mm*, *cm*, *dm*, *m* und *km* (lies: Millimeter, Zentimeter, Dezimeter, Meter und Kilometer)

Die **Umrechnung von Längen** geschieht mit unterschiedlichen Übergangsfaktoren:

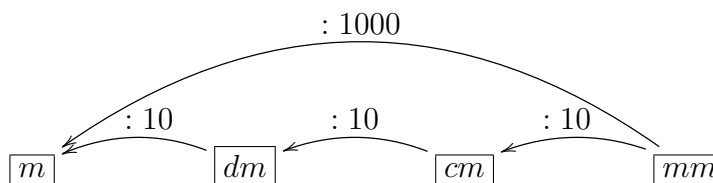


Rechenhilfen

Wenn man z.B. von *km* in *cm* umrechnen will, dann kann man in einem Schritt mit $1000 \cdot 10 \cdot 10 = 100000$ multiplizieren, statt nacheinander mit 1000, dann mit 10 und dann nochmal mit 10 zu multiplizieren.



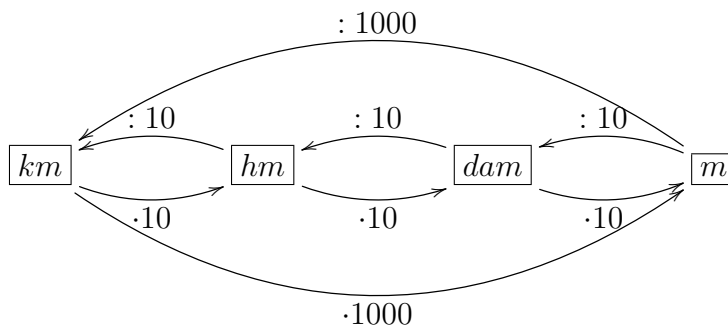
Wenn man z.B. von *mm* in *m* umrechnen will, dann kann man in einem Schritt durch $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ teilen, statt nacheinander durch 10, dann durch 10 und dann nochmal durch 10 zu teilen.



Beispiel 7.

$$\begin{aligned} 35 \text{ km} &= \boxed{35000} \text{ m} && \text{(man muss mit 1000 multiplizieren)} \\ 40 \text{ mm} &= \boxed{4} \text{ cm} && \text{(man muss durch 10 teilen)} \\ 15 \text{ dm} &= \boxed{150} \text{ cm} && \text{(man muss mit 10 multiplizieren)} \\ 400 \text{ cm} &= \boxed{4} \text{ m} && \text{(man muss durch } 10 \cdot 10 = 100 \text{ teilen)} \\ 1,5 \text{ m} &= \boxed{150} \text{ cm} && \text{(man muss mit } 10 \cdot 10 = 100 \text{ multiplizieren)} \\ 3000 \text{ dm} &= \boxed{0,3} \text{ km} && \text{(man muss durch } 10 \cdot 1000 = 10000 \text{ teilen)} \end{aligned}$$

Bemerkung 1. Der Sprung von m nach km ist größer als der Abstand zwischen den anderen Einheiten. Damit das einheitlich ist, gibt es dazwischen noch zwei weitere (eher ungebräuchliche) Längeneinheiten **dam** (lies: Dekameter) und **hm** (lies: Hektometer):



5 Umrechnen von Flächen

Die wichtigsten Flächeneinheiten sind mm^2 , cm^2 , dm^2 , m^2 und km^2 (lies: Quadratmillimeter, Quadratzentimeter, u.s.w.). Dabei entspricht

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ mm}^2 \\ 1 \text{ cm}^2 \\ 1 \text{ dm}^2 \\ 1 \text{ m}^2 \\ 1 \text{ km}^2 \end{array} \right\} \text{ der Fläche eines Quadrates mit der Seitenlänge } \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ mm} \\ 1 \text{ cm} \\ 1 \text{ dm} \\ 1 \text{ m} \\ 1 \text{ km} \end{array} \right.$$

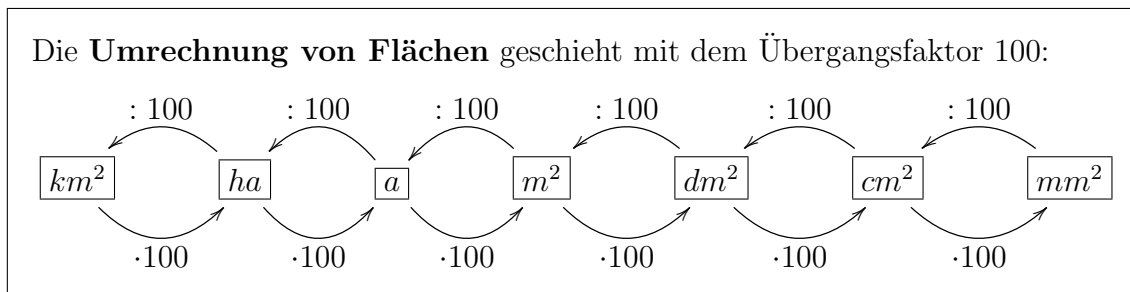
Damit folgt

- In ein Quadrat mit der Seitenlänge 1 cm (d.h. der Fläche 1 cm^2) passen 100 Quadrate der Seitenlänge 1 mm (d.h. der Fläche 1 mm^2)
- In ein Quadrat mit der Seitenlänge 1 dm (d.h. der Fläche 1 dm^2) passen 100 Quadrate der Seitenlänge 1 cm (d.h. der Fläche 1 cm^2)
- In ein Quadrat mit der Seitenlänge 1 m (d.h. der Fläche 1 m^2) passen 100 Quadrate der Seitenlänge 1 dm (d.h. der Fläche 1 dm^2)
- In ein Quadrat mit der Seitenlänge 1 km (d.h. der Fläche 1 km^2) passen 1000000 Quadrate der Seitenlänge 1 m (d.h. der Fläche 1 m^2)

Bemerkung 2. Weil der Sprung von m^2 nach km^2 sehr groß ist, gibt es dazwischen noch die weiteren Flächeneinheiten **a** (lies: Ar) und **ha** (lies: Hektar). Dabei entspricht

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ a} \\ 1 \text{ ha} \end{array} \right\} \text{ der Fläche eines Quadrates mit der Seitenlänge } \left\{ \begin{array}{l} 10 \text{ m} \\ 100 \text{ m} \end{array} \right.$$

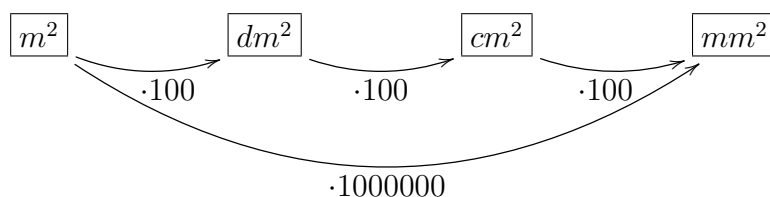
Diese Flächeneinheiten sind in der Landwirtschaft sehr gebräuchlich.



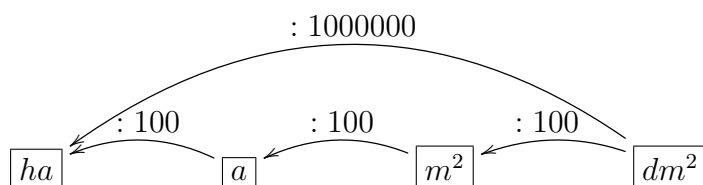
Rechenhilfen

Wenn man z.B. von m^2 in mm^2 umrechnen will, dann kann man in einem Schritt mit $100 \cdot 100 \cdot 100 = 1000000$ multiplizieren, statt nacheinander mit 100, dann

mit 100 und dann nochmal mit 100 zu multiplizieren.



Wenn man z.B. von dm^2 in ha umrechnen will, dann kann man in einem Schritt durch $100 \cdot 100 \cdot 100 = 1000000$ teilen, statt nacheinander durch 100, dann durch 100 und dann nochmal durch 100 zu teilen.



Beispiel 8.

$$\begin{aligned}
 35 \text{ km}^2 &= \boxed{35000000} \text{ m}^2 && \text{(man muss mit 1000000 multiplizieren)} \\
 450 \text{ mm}^2 &= \boxed{4,5} \text{ cm}^2 && \text{(man muss durch 100 teilen)} \\
 15 \text{ dm}^2 &= \boxed{1500} \text{ cm}^2 && \text{(man muss mit 100 multiplizieren)} \\
 400 \text{ a} &= \boxed{4} \text{ ha} && \text{(man muss durch 100 teilen)} \\
 1,5 \text{ m}^2 &= \boxed{15000} \text{ cm}^2 && \text{(man muss mit } 100 \cdot 100 = 10000 \text{ multiplizieren)} \\
 3000 \text{ dm}^2 &= \boxed{0,00003} \text{ km}^2 && \text{(man muss durch } 100 \cdot 1000000 = 100000000 \text{ teilen)}
 \end{aligned}$$

6 Umrechnen von Volumen

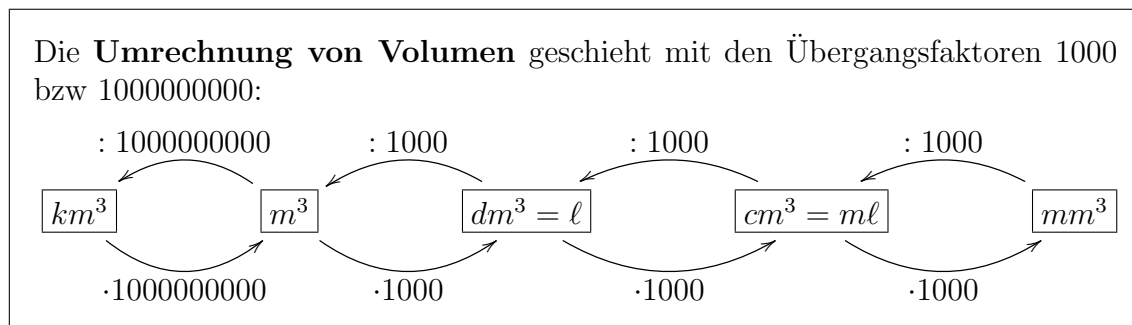
Die wichtigsten Volumeneinheiten sind mm^3 , cm^3 , dm^3 , m^3 und km^3 (lies: Kubikmillimeter, Kubikzentimeter, u.s.w.).

Die gebräuchlichste ist dabei dm^3 und bekommt noch den neuen Namen ℓ (lies: Liter). Damit ist dann cm^3 das gleiche wie $m\ell$ (lies: Milliliter). Es ist

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ mm}^3 \\ 1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml} \\ 1 \text{ dm}^3 = 1 \ell \\ 1 \text{ m}^3 \\ 1 \text{ km}^3 \end{array} \right\} \text{ das Volumen eines Würfels mit der Seitenlänge} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ mm} \\ 1 \text{ cm} \\ 1 \text{ dm} \\ 1 \text{ m} \\ 1 \text{ km} \end{array} \right.$$

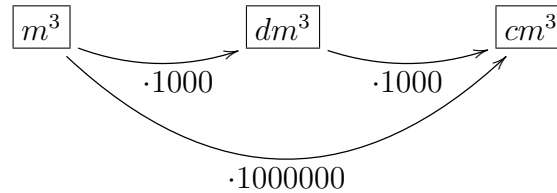
Damit folgt

- In einen Würfel mit der Seitenlänge 1 cm (d.h. dem Volumen $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$) passen 1000 Würfel der Seitenlänge 1 mm (d.h. der Fläche 1 mm^3)
- In einen Würfel mit der Seitenlänge 1 dm (d.h. dem Volumen $1 \text{ dm}^3 = 1 \ell$) passen 1000 Würfel der Seitenlänge 1 cm (d.h. der Fläche $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$)
- In einen Würfel mit der Seitenlänge 1 m (d.h. dem Volumen 1 m^3) passen 1000 Würfel der Seitenlänge 1 dm (d.h. der Fläche $1 \text{ dm}^3 = 1 \ell$)
- In einen Würfel mit der Seitenlänge 1 km (d.h. dem Volumen 1 km^3) passen 1000000000 Würfel der Seitenlänge 1 m (d.h. der Fläche 1 m^2)

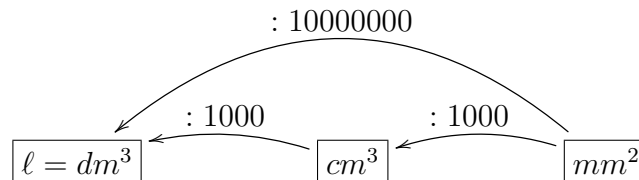


Rechenhilfen

Wenn man z.B. von m^3 in cm^3 umrechnen will, dann kann man in einem Schritt mit $1000 \cdot 1000 = 1000000$ multiplizieren, statt nacheinander mit 1000 und dann nochmal mit 1000 zu multiplizieren.



Wenn man z.B. von mm^3 in ℓ umrechnen will, dann kann man in einem Schritt durch $1000 \cdot 1000 = 10000000$ teilen, statt nacheinander durch 1000 und dann nochmal durch 1000 zu teilen.



Beispiel 9.

$$35 \text{ km}^3 = \boxed{35000000000000} \ell \quad (\text{man muss mit } 1000000000 \cdot 1000 \\ = 1000000000000 \text{ multiplizieren})$$

$$450 \text{ mm}^3 = \boxed{0,45} \text{ m}\ell \quad (\text{man muss durch } 1000 \text{ teilen})$$

$$15 \text{ dm}^3 = \boxed{15000} \text{ cm}^3 \quad (\text{man muss mit } 1000 \text{ multiplizieren})$$

$$40000 \text{ m}^3 = \boxed{0,00004} \text{ km}^3 \quad (\text{man muss durch } 1000000000 \text{ teilen})$$

$$1,5 \text{ m}^3 = \boxed{1500000} \text{ cm}^3 \quad (\text{man muss mit } 1000 \cdot 1000 = 1000000 \text{ multiplizieren})$$

$$300 \ell = \boxed{0,3} \text{ m}^3 \quad (\text{man muss durch } 1000 \text{ teilen})$$

Bemerkung 3. Der Liter ℓ ist die umgangssprachlich gebräuchlichste Volumeneinheit. Weil jedoch zwischen dem ℓ und der nächstgrößeren Einheit m^3 und nächstkleineren Einheit cm^3 sehr große Schritte sind, gibt es noch die folgenden kleineren Abstufungen:

- Zwischen m^3 und $\ell = dm^3$ gibt es *dal* (lies: Dekaliter) und *hl* (lies: Hektoliter)
- Zwischen $\ell = dm^3$ und $m\ell = cm^3$ gibt es *dl* (lies: Deziliter) und *cl* (lies: Zentiliter)

