Frank Klinker

Grundlagen: Physikalische Größen

1 Die Definition der Größe

Um sich miteinander zu unterhalten reicht es oft nicht, lediglich eine Zahl zur Beschreibung einer Eigenschaft zu nutzen:

Lautet die Frage: "Wie weit ist es von hier bis zum nächsten Supermarkt?", so ist die Antwort "1500" ebenso wenig hilfreich, wie die genauso korrekte Antwort "1,5".

Eine andere Frage lautet: " Wie hoch ist die Miete für dieses Appartement?", so ist die Antwort "550" nicht hilfreich und die Antwort '4510" genauso wenig, auch wenn beide korrekt sind.

Wir sehen sofort was uns bei den Antworten stört - es fehlt die Einheit mit der man die angegebenen Werte gemessen hat:

$1500\,m$ oder $1{,}5\,m$ im ersten Fall und 550 € oder 4510 TL im zweiten Fall.

> Eine **Größe** besteht immer aus einer Zahl - dem **Wert** - und einer **Einheit**.
>
> Jede Größe hat ein Größensymbol, z. B. G, und die zugehörige Einheit besitzt ein Einheitensymbol, z. B. E.
>
> Ist zusätzlich der Wert der Größe die Zahl 317, so schreiben wir
>
> $$G = 317\,E\,.$$
>
> Wenn wir sagen wollen "die Größe G hat die Einheit E", dann schreiben wir
>
> $$[G] = E\,.$$

Beispiel 1. Wir stecken eine Strecke ab. Die Länge der Strecke nennen wir s (das Größensymbol). Mir messen in der Einheit cm, also

$$[s] = cm\,.$$

Außerdem messen wir den Zahlenwert 450 und erhalten damit

$$s = 450\,cm\,.$$

Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm
E-Mail: mail@frank-klinker.de

2 Erste Beispiele und Eigenschaften

Beispiel 2. 1. Als Beispiel nehmen wir die elektrische Spannung unseres Stromnetzes. Diese misst man in der Einheit V (Volt) und sie beträgt $220\,V$.

Hierbei ist 220 der Wert der Größe und V die Einheit.

2. Ein noch alltäglicheres Beispiel ist die Geldmenge. Diese misst man hier bei uns in € (Euro) und ct (Cent).

   Z. B. $4\,€ = 400\,ct$: Hier sind 4 und 400 die jeweiligen Werte und € und ct die Einheiten

3. Weiter bekannte Größen mit denen wir uns im Alltag beschäftigen sind z. B.

   - Die **Länge** hat z. B. die Einheit km (Kilometer), yd (Yard), m (Meter), dm (Dezimeter), in (Inch/Zoll), cm (Zentimeter), mm (Millimeter), μm (Mikrometer), nm (Nanometer), ly (Lichtjahr) oder pc (Parsec)
   - Der **Geldbetrag** hat z. B. die Einheit € (Euro), ct (Cent), \$ (US-Dollar), TL (türkische Lira) oder CHF (Schweizer Franken)
   - Die **Masse** hat z. B. die Einheit t (Tonne), kg (Kilogramm), g (Gramm), mg (Milligramm) oder pg (Pikogramm)
   - Die **Fläche** hat z. B. die Einheit km^2 (Quadratkilometer), ha (Hektar), a (Ar), m^2 (Meter), $sqft$ (Quadratfuß), dm^2 (Quadratdezimeter), cm^2 (Quadratzentimeter), mm^2 (Quadratmillimeter)
   - Das **Volumen** hat z. B. die Einheit km^3 (Kubikkilometer), m^3 (Kubikmeter), $h\ell$ (Hektoliter), dm^3 (Kubikdezimeter), ℓ (Liter), $cuin$ (Kubikzoll), cm^3 (Kubikzentimeter), $m\ell$ (Milliliter) oder mm^3 (Kubikmillimeter)
   - Die **Zeit** hat z. B. die Einheit s (Sekunde), min (Minute), h (Stunde) oder yr (Jahr)

Mit Hilfe dieser ersten Beispiele können wir bereits einige wichtige Eigenschaften von Größen erkennen:

Bemerkung 3 (Eigenschaften von Größen)**.**

1. Eine Größe kann durch verschiedene Einheiten beschrieben werden. Einigt man sich auf eine Einheit, so reicht der Wert zur vollständigen Beschreibung der Größe.

2. Verschiedene Einheiten lassen sich mit Hilfe fester Umrechnungsfaktoren um-

rechnen.[a] Z. B.

$$\begin{aligned}
1\,€ &= 8{,}2\,TL\\
1\,h &= 60\,min\\
1\,min &= 60\,s\\
1\,h &= 3600\,s\\
1\,ft &= 0{,}3048\,m\\
1\,m &= \tfrac{1250}{381}\,ft \approx 3{,}2808\,ft\\
1\,sqft &= 0{,}09290304\,m^2\\
1\,m^2 &= \frac{1562500}{145161}\,sqft \approx 10{,}7639\,sqft\\
1\,km &= 1000\,m\\
1\,m &= 100\,cm\\
1\,km &= 100000\,cm\\
1\,cm &= 0{,}00001\,km
\end{aligned}$$

3. Die selbe Größe kann durch verschiedene Werte und Einheiten beschrieben werden. Z. B.

$$\begin{aligned}
550\,€ &= 5410\,TL\\
3\,dm^3 &= 3\,\ell\\
32\,m &= 0,032\,km\\
32\,m &\approx 1259{,}8425\,in\\
20m^2 &\approx 215{,}2782\,sqft
\end{aligned}$$

Zum Umrechnen verwendet man die Umrechnungsfaktoren wie in Punkt 2. Z. B.

$$\begin{aligned}
550\,€ &= 550 \cdot 8{,}2\,TL = 5410\,TL\\
20\,m^2 &= 20 \cdot \frac{1562500}{145161}\,sqft \approx 215{,}2782\,sqft
\end{aligned}$$

4. Manche Größen lassen sich aus anderen zusammensetzen: Die Fläche ist das Produkt aus zwei Längen und das Volumen ist das Produkt aus drei Längen. Damit sind die Einheit auch zusammengesetzt, z. B.

$$\begin{aligned}
m^2 &= m \cdot m\\
dm^2 &= dm \cdot dm\\
mm^3 &= mm \cdot mm \cdot mm\\
dm^3 &= dm \cdot dm \cdot dm
\end{aligned}$$

5. Zusammengesetzte aber ständig benutzte (oder wichtige) Größen können eigene neue Einheiten bekommen. Z. B.

$$\begin{aligned}
1\,\ell &= 1\,dm^3\\
1\,N &= 1\frac{kg\,m}{s^2}
\end{aligned}$$

[a] Die Einheit der Geldmenge bildet hier eine Ausnahme, da ihr Umrechnungsfaktor (Kurs) von Schwankungen geprägt ist.

6. Einige Einheiten lassen sich durch einen Zusatz (Präfix) systematisch "verkleinern" oder vergrößern", z. B.

   Systematisch meint hier, dass der Umrechnungsfaktor beim Umrechnen zugehöriger Größen immer eine feste Zehnerpotenz ist.

$$
\begin{aligned}
1\,cm &= 0{,}1\,dm \\
1\,dm &= 10\,cm \\
1\,km &= 1000\,m \\
1\,m\ell &= 0{,}001\,\ell \\
1\,h\ell &= 100\,\ell
\end{aligned}
$$

Zu den Punkten 4, 5 und 6 des vorigen

3 Rechnen mit Größen

Regeln zum Rechnen mit Größen (1)

- Man kann Größen addieren oder subtrahieren, wenn sie die gleichen Einheiten haben.
- Man kann Größen mit Zahlen multiplizieren und durch Zahlen teilen.

Beispiel 4.

$1\,€ + 3\,€ = 4\,€$	$23\,cm - 2\,cm = 21\,cm$
$300\,ct - 50\,ct = 250\,ct$	$4\,mg + 34\,mg = 38\,mg$
$4\,€ \cdot 7 = 28\,€$	$80\,m : 10 = 8\,m$
$420\,ct : 21 = 20\,ct$	$12\,kg \cdot 3 = 36\,kg$

Wir können auch Größen mit unterschiedlichen Einheiten addieren und subtrahieren, wenn sie "zusammenpassen":

- Die Größen $2\,kg$ und $4\,m$ kann man nicht addieren oder subtrahieren, da sie nicht zusammenpassen: die eine beschreibt ein Gewicht und die andere eine Länge.
- Wir können die Geldbeträge $3\,€$ und $25\,ct$ zusammenrechnen und bekommen $3{,}25\,€$.
- Wir können von der Länge $2\,m$ die Länge $50\,cm$ abziehen und bekommen $150\,cm$.

Regeln zum Rechnen mit Größen (2)

Bevor wir zusammenpassende Größen addieren oder subtrahieren können, müssen wir sie zunächst auf die **gleiche Einheit** bringen.

Beispiel 5.
- Wir haben im vorigen Beispiel 3 € und 25 ct zusammengerechnet und 3,25 € erhalten. Gerechnet haben wir so:

25 ct sind 0,25 €. Zusammen mit 3,00 € sind das 3,25 €
oder
3 € sind 300 ct. Zusammen mit 25 ct sind das 325 ct oder 3,25 €.

- Im gleichen Beispiel haben wir 50 cm von 2 m abgezogen und 150 cm erhalten. Eigentlich sind wir wie folgt vorgegangen:

50 cm sind 0,5 m. Ziehen wir das von 2,00 m ab, sind das 1,5 m
oder
2 m sind 200 cm. Abzüglich 50 cm sind das 150 cm oder 1,5 m.

Regeln zum Rechnen mit Größen (3)

Wir können zwei Größen miteinander multiplizieren oder dividieren.

Das Ergebnis ist eine neue Größe:

- ihr Wert ist das Produkt oder der Quotient der Werte der Ausgangsgrößen
- ihre Einheit ist zusammengesetzt aus den Einheiten der Ausgangsgrößen

Beispiel 6. 1. Das Produkt aus zwei Längen ist eine Fläche:

$$(4\,m) \cdot (3\,m) = 4 \cdot 3\,m \cdot m = 12\,m^2$$

2. Der Quotient aus einer Geldmenge und einer Fläche ist der Flächenpreis:

$$(240\,€) : (4\,m^2) = \frac{240\,€}{4\,m^2} = \frac{240}{4}\,\frac{€}{m^2} = 60\,\frac{€}{m^2}$$

3. Die Geschwindigkeit ist der Quotient aus einer Länge und einer Zeit:

$$(20m) : (4\,s) = \frac{20\,m}{4\,s} = \frac{20}{4}\,\frac{m}{s} = 5\,\frac{m}{s}$$

4. Die Niederschlagsmenge ist der Quotient aus Volumen und Fläche:

$$(20\,\ell) : (1\,m^2) = \frac{20}{1}\,\frac{\ell}{m^2} = 20\,\frac{\ell}{m^2}$$

Nun wissen wir: $1\ell = 1\,dm^3 = 1 \cdot (100\,mm)^3 = 1000000\,mm^3$ und $1\,m^2 = 1 \cdot (1000\,mm)^2 = 1000000\,mm^2$. Damit erhalten wir als Niederschlagsmenge

$$20\,\frac{\ell}{m^2} = 20\,\frac{1000000\,mm^3}{1000000\,mm^2} = 20\,\frac{mm^3}{mm^2} = 20\,mm$$

4 Die Präfixe

Wir haben bereits gesehen und kennen es aus der Alltagssprache, dass wir Einheiten umrechnen können. Das tun wir etwa um Werte miteinander vergleichen zu können.

Wenn der Wert einer Größe sehr groß oder sehr klein ist, dann wählen wir oft eine "größere" oder "kleinere" Einheit, indem wir der Einheit eine Vorsilbe geben, z. B.

$$\text{Statt } 200000\,cm \text{ sagen wir } 2000\,m \text{ oder } 2\,km$$
$$\text{Statt } 0{,}0000025\,km \text{ sagen wir } 0{,}0025\,m \text{ oder } 2{,}5\,mm$$

Diese Vorsilben heißen **Präfixe** und man kann sie vor (fast) alle Einheiten setzen, die ein eigenes Symbol besitzen.

Die Umrechnung geschieht dann in Potenzen von 10 (durch Multiplikation oder Division). In der folgenden Skizze ist das für die Einheit N notiert, wobei diese aber durch jede andere ersetzt werden kann, z. B. m oder g

Die **Präfixe**: die wichtigsten Umrechnungsfaktoren und Namen

$$\begin{tikzcd}
\boxed{MN} \arrow[r, bend right, "\cdot 1000"'] & \boxed{kN} \arrow[l, bend right, ": 1000"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 1000"'] & \boxed{N} \arrow[l, bend right, ": 1000"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 10"'] & \boxed{dN} \arrow[l, bend right, ": 10"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 10"'] & \boxed{cN} \arrow[l, bend right, ": 10"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 10"'] & \boxed{mN} \arrow[l, bend right, ": 10"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 1000"'] & \boxed{\mu N} \arrow[l, bend right, ": 1000"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 1000"'] & \boxed{nN} \arrow[l, bend right, ": 1000"']
\end{tikzcd}$$

Präfix	M	k	d	c	m	μ	n
Name	Mega	Kilo	Dezi	Zenti	Milli	Mikro	Nano

Beispiel 7 (Rechenhilfen)**.** 1. Wenn man von kN in cN umrechnen will, dann kann man in einem Schritt mit $1000 \cdot 10 \cdot 10 = 100000$ multiplizieren, statt nacheinander mit 1000, dann mit 10 und dann nochmal mit 10:

$$\begin{tikzcd}
\boxed{kN} \arrow[r, bend right, "\cdot 1000"'] \arrow[rrr, bend right=40, "\cdot 100000"'] & \boxed{N} \arrow[r, bend right, "\cdot 10"'] & \boxed{dN} \arrow[r, bend right, "\cdot 10"'] & \boxed{cN}
\end{tikzcd}$$

Z. B.

$$0{,}0004697\,kN = 0{,}0004697 \cdot 100000\,cN = 46{,}97\,cN$$

2. Wenn man von μm in m umrechnen will, dann kann man in einem Schritt durch $1000 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000000$ teilen, statt nacheinander durch 1000, durch 10,

durch 10 und nochmal durch 10.

$$\begin{tikzcd}
\boxed{m} & \boxed{dm} \arrow[l, bend right, ": 10"'] & \boxed{cm} \arrow[l, bend right, ": 10"'] & \boxed{mm} \arrow[l, bend right, ": 10"'] & \boxed{\mu m} \arrow[l, bend right, ": 1000"'] \arrow[llll, bend right, ": 1000000"']
\end{tikzcd}$$

Z. B.

$$83500000\,\mu m = 83500000 \cdot \frac{1}{1000000}\,m = 83{,}5\,m$$

Hier sieht man ganz gut, dass sich die Exponentialschreibweise anbietet, wobei $83500000 = 8{,}35 \cdot 10^7$ und $\frac{1}{1000000} = \frac{1}{10^6} = 10^{-6}$:

$$8{,}35 \cdot 10^7 \mu m = 8{,}35 \cdot 10^7 \cdot 10^{-6}\,m = 8{,}35 \cdot 10^1\,m = 83{,}5\,m$$

Exkurs 8. Der Vollständigkeit halber führen wir hier noch weitere Präfixe auf.

Zwei werden zwischen der Grundeinheit und dem Kilo eingefügt, alle anderen liefern weitere Vergrößerungen und Verkleinerungen:

$$\begin{tikzcd}
\boxed{YN} \arrow[r, bend right, "\cdot 1000"'] & \boxed{ZN} \arrow[l, bend right, ": 1000"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 1000"'] & \boxed{EN} \arrow[l, bend right, ": 1000"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 1000"'] & \boxed{PN} \arrow[l, bend right, ": 1000"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 1000"'] & \boxed{TN} \arrow[l, bend right, ": 1000"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 1000"'] & \boxed{GN} \arrow[l, bend right, ": 1000"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 1000"'] & \boxed{MN} \arrow[l, bend right, "\cdot 1000"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 1000"'] & \boxed{kN} \arrow[l, bend right, ": 1000"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 10"'] & \boxed{hN} \arrow[l, bend right, ": 10"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 10"'] & \boxed{daN} \arrow[l, bend right, ": 10"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 10"'] & \boxed{N} \arrow[l, bend right, ": 10"']
\end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}
\boxed{N} \arrow[r, bend right, "\cdot 10"'] & \boxed{dN} \arrow[l, bend right, ": 10"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 10"'] & \boxed{cN} \arrow[l, bend right, ": 10"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 10"'] & \boxed{mN} \arrow[l, bend right, ": 10"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 1000"'] & \boxed{\mu N} \arrow[l, bend right, ": 1000"'] \arrow[r, bend right, "\cdot 1000"'] & \boxed{nN} \arrow[l, bend right, ": 1000"'] \arrow[r, bend right, ": 1000"'] & \boxed{pN} \arrow[l, bend right, ": 1000"'] \arrow[r, bend right, ": 1000"'] & \boxed{fN} \arrow[l, bend right, ": 1000"'] \arrow[r, bend right, ": 1000"'] & \boxed{aN} \arrow[l, bend right, ": 1000"'] \arrow[r, bend right, ": 1000"'] & \boxed{zN} \arrow[l, bend right, ": 1000"'] \arrow[r, bend right, ": 1000"'] & \boxed{yN} \arrow[l, bend right, ": 1000"']
\end{tikzcd}$$

Präfix	Y	Z	E	P	T	G	h	da
Name	Yotta	Zetta	Exa	Peta	Tera	Giga	Hekto	Deka
Präfix	p	f	a	z	y			
Name	Piko	Fempto	Atto	Zepto	Yokto			

5 Basisgrößen

Alle bisherigen Größen[(b)] werden uns auch weiter interessieren. Dies sind so genannte **physikalische Größen** und wir werden im Unterricht eine Menge weitere kennen lernen. Diese und weitere diskutieren wir in den nächsten Abschnitten.

Wir haben bereits gesehen, dass man aus bekannten Größen durch Multiplikation und Division neue Größen erhalten kann.

[(b)] bis auf den Geldbetrag, der ab jetzt herausfällt.

Somit ist es interessant zu wissen, welche denn "elementar" sind, also sich nicht zusammensetzen lassen.

Das lässt sich nicht eindeutig beantworten. Wie man etwa in Beispiel6.3 sieht, ist die Geschwindigkeit aus Länge und Zeit zusammengesetzt. Wenn man Länge und Zeit als "elementar" ansieht, so kann man sagen, die Geschwindikeit ist nicht "elementar". Wählt man aber die Geschwindigkeit und die Länge als "elementar", so ist die Zeit aus diesen zusammengesetzt und nicht mehr "elementar".

Unabhängig, welche Größen man als "elementar" wählt, sollte deren Anzahl möglichst klein sein. Hat man sich z. B. für die Länge als "elementar" entschieden, dann nimmt man die Fläche nicht mehr zu den "elementaren" Größen hinzu.

Wir beginnen damit die "elementaren" Größen im Sinne des internationalen Einheitensystems SI aufzulisten.[(c)] Diese Größen heißen im folgenden **(physikalische) Basisgrößen** oder **(physikalische) Grundgrößen**.

Basisgröße	**Größensymbol**	**Basiseinheit**	**Einheitensymbol**
Zeit	t	Sekunde	s
Länge	$l, s, x, r, ...$	Meter	m
Masse	m	Kilogramm	kg
Stromstärke	I, i	Ampère	A
Temperatur	T	Kelvin	K
Stoffmenge	n	Mol	mol
Lichtstärke	I_V	Candela	cd

Bemerkung 9.
- Mit Ausnahme der Basiseinheit der Masse lassen sich die Basiseinheiten der Basisgrößen prinzipiell mit Präfixen versehen.
- Die Basiseinheit der Masse besitzt selbst schon das Präfix k (Kilo-) und zur Verwendung der Präfixe muss man von g ausgehen.
- Weiter Ausnahmen:
  - Bei der Einheit der Temperatur werden keine Präfixe verwendet.
  - Bei der Sekunde werden lediglich die verkleinernden Präfixe benutzt, z. B. μs. Zur Vergrößerung verwendet man gegebenenfalls die Minute min und die Stunde h. Bei diesen beiden sind Präfixe nicht erlaubt.

Exkurs 10. Die Basiseinheiten sind seit dem 20. Mai 2019 alle mit Hilfe physikalischer Konstanten festgelegt.
Dies kann mitunter sehr kompliziert sein. Bis auf Sekunde und Mol hängen die Festlegungen der Grundgrößen von anderen Grundgrößen ab. Z. B.

[(c)] Siehe https://www.bipm.org/en/measurement-units/

- Eine Sekunde ist das 9 192 631 770-fache der Periodendauer der Strahlung, die dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entspricht.
- Ein Mol eines Stoffes enthält genau 602214076 000000 000000 000000 Teilchen.
- Ein Meter ist der Weg, den das Licht in der Zeit $\frac{1}{299792458}\,s$ zurücklegt (man benötigt die Sekunde)
- Das Kilogramm ist dadurch festgelegt, dass man der Planck-Konstante h den Zahlenwert $6{,}62607015 \cdot 10^{-34}$ und die Einheit $\frac{kg\,m}{s}$ zuordnet (man benötigt Sekunde und Meter)

6 Zusammengesetzte Größen

Jede physikalische Größe, die keine Basisgröße ist, ist eine zusammengesetzte Größe:

Eine **zusammengesetzte Größe** ist eine physikalische Größe, die keine Basisgröße ist.

Man erhält zusammengesetzte Größen durch Multiplikation und Division gegebener Größen.

Beispiel 11. 1. Die *Fläche* A ist das Produkt aus zwei Längen a und b mit jeweils den Einheiten m. Die Einheit von A ist damit

$$[A] = m \cdot m = m^2$$

2. Die *Geschwindigkeit* v ist der Quotient aus einer Strecke s und der Zeit t. Mit $[s] = m$ und $[t] = s$ ist die Einheit der Geschwindigkeit

$$[v] = \frac{m}{s}$$

3. Die *Beschleunigung* a ist der Quotient aus einer Geschwindigkeit s und der Zeit t. Mit $[v] = \frac{m}{s}$ und $[t] = s$ ist die Einheit der Beschleunigung

$$[a] = \frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s^2}$$

4. Die *Energie* E ist zusammengesetzt als Produkt aus Beschleunigung, Masse und Strecke. Damit ist

$$[E] = \frac{m}{s^2} \cdot kg \cdot m = \frac{kg\,m^2}{s^2}$$

Von allen denkbaren zusammengesetzten Einheiten haben 22 ein eigenes Einheitensymbol.[d] Die elf ersten werden wir im Laufe des Unterrichts näher kennenlernen, einige weitere werden wir nur anschneiden.

[d] Siehe https://www.bipm.org/utils/common/pdf/si-brochure/SI-Brochure-9-EN.pdf

Größe	**typisches Größen-symbol**	**Einheiten-name**	**Einheiten-symbol**	**in Basis-größen**
Kraft	F	Newton	N	$\frac{kg\,m}{s^2}$
Druck	p	Pascal	Pa	$\frac{kg}{ms^2}$
Energie, Arbeit	E,W	Joule	J	$\frac{kg\,m^2}{s^2}$
Celsius-Temperatur	T	Grad Celsius	$°C$	K
Leistung	P	Watt	W	$\frac{kg\,m^2}{s^3}$
elektrische Ladung	Q	Coulomb	C	As
elektrische Spannung	U	Volt	V	$\frac{kg\,m^2}{s^3\,A}$
elektrische Kapazität	C	Farad	F	$\frac{s^4\,A^2}{kg\,m^2}$
elektrischer Widerstand	R	Ohm	Ω	$\frac{kg\,m^2}{s^3\,A^2}$
Induktivität	L	Henry	H	$\frac{kg\,m^2}{s^2\,A^2}$
Frequenz	f	Hertz	Hz	$\frac{1}{s}$
elektrischer Leitwert		Siemens	S	$\frac{s^3\,A^2}{kg\,m^2}$
magnetischer Fluss		Weber	Wb	$\frac{kg\,m^2}{s^2\,A}$
magnetische Flussdichte		Tesla	T	$\frac{kg}{s^2\,A}$
ebener Winkel		Radiant	rad	1
Raumwinkel		Steradiant	sr	1
Lichtstrom		Lumen	lm	cd
Beleuchtungsstärke		Lux	lx	$\frac{cd}{m^2}$
Radioaktivität		Becquerel	Bq	$\frac{1}{s}$
Energiedosis		Gray	Gy	$\frac{m^2}{s^2}$
äquivalentdosis		Sievert	Sv	$\frac{m^2}{s^2}$
Katalytische Aktivität		Katal	kat	$\frac{mol}{s}$

7 Dimension einer Größe und Dimensionsanalyse

Bemerkung 12. Wir sehen in Beispiel 6.4, dass zwei unterschiedliche Größen die gleiche Einheit besitzen können. Hier waren es die Länge und die Niederschlagsmenge, die beide in mm gemessen werden können.

Lassen sich zwei unterschiedliche Größen mit der gleichen Einheit beschreiben, dann sagen wir, dass die beiden Größen die gleiche **Dimension** haben.

Beispiel 13. Die Größen Länge und Niederschlagsmenge haben die gleiche Dimension, nämlich die der Länge.

Der Begriff der Dimension ist bestens dazu geeignet zu überprüfen, ob eine vorgebene Größe geeignet sein kann, eine gesuchte Größe zu beschreiben.

Beispiel 14. Wissen wir, dass der Druck p als Größe der Quotient aus Kraft F und Fläche A ist. Kann dann das Produkt aus Druck und Volumen V die Größe Arbeit W ergeben?

Wir wissen, dass die Einheit der Arbeit W

$$[W] = J = \frac{kg\,m^2}{s^2}\,.$$

ist. Weiter wissen wir für die Einheit der Kraft: $N = \frac{kg\,m}{s^2}$

Damit ist

$$[p] = \left[\frac{F}{A}\right] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{N}{m^2} = \frac{\frac{kg\,m}{s^2}}{m^2} = \frac{kg\,m}{s^2 m^2} = \frac{kg}{s^2 m}$$

Weiter ist

$$[pV] = [p][V] = \frac{kg}{s^2 m} \cdot m^3 = \frac{kg\,m^3}{s^2 m} = \frac{kgm^2}{s^2}\,.$$

Somit haben pV und W die gleiche Dimension und man kann nicht ausschließen, dass das Produkt pV eine Arbeit gibt.

Beispiel 15. Durch einiges Umformen haben wir für die Gesamtenergie eines Systems die folgende Formel gefunden. Dabei ist g eine Beschleunigung, h und r sind Längen und alle anderen Größen haben ihre Standardsymbole:

$$E = UIt + 2\pi^2 mr^2 f^2 + gh\,.$$

Kann die Formel korrekt sein?

Die kann korrekt sein, wenn alle Summanden die gleiche Dimension haben, und zwar die der Energie. Wir wissen

$$[E] = J = \frac{kg\,m^2}{s^2}\,.$$

Es ist $[U] = V = \frac{kg\,m^2}{s^3 A}$, $[I] = A$ und $[t] = s$. Damit gilt für den ersten Summanden

$$[UIt] = [U][I][t] = \frac{kg\,m^2}{s^3 A} \cdot A \cdot s = \frac{kg\,m^2}{s^2} = J$$

Weiter ist $[m] = kg$, $[r] = m$ und $[f] = \frac{1}{s}$. Außerdem hat $2\pi^2$ als reine Zahl keine Einheit. Deshalb gilt für den zweiten Summanden

$$[2\pi^2 mr^2 f^2] = [m][r]^2[f]^2 = kg \cdot m^2 \cdot \left(\frac{1}{s}\right)^2 = \frac{kg\,m^2}{s^2} = J\,.$$

Ebenso haben wir $[g] = \frac{m}{s^2}$ und $[h] = m$. Das gibt für den letzten Summanden

$$[gh] = [g][h] = \frac{m}{s^2} \cdot m = \frac{m}{s^2} \neq J \,.$$

Damit ist die Formel nicht korrekt, da der letzte Summand nicht die Dimension Energie hat.

Mutmaßlich haben wir im letzten Summanden die Masse vergessen und die korrekte Formel könnte wie folgt aussehen:

$$E = UIt + 2\pi^2 mr^2 f^2 + mgh \,.$$