Frank Klinker

Variablen und Terme

1 Die Begriffe Variable und Term

1.1 Variablen

Zunächst klären wir die grundlegenden Begriff Variable und Term und verdeutlichen das an mehreren Beispielen. Wir beginnen mit der Variablen:

- ▷ Eine **Variable** bezeichnet einen Platzhalter. Bei uns ist das typischerweise ein Platzhalter für eine Zahl.
- ▷ Zur Bezeichnung von Variablen werden wir kleine lateinische Buchstaben verwenden: normalerweise $t, u, v, w, x, y,$ und z.
- ▷ Wir können Variablen mit anderen Variablen und mit Zahlen multiplizieren, addieren, dividieren und subtrahieren.
- ▷ Es gelten die gleichen Rechenregeln, wie beim Umgang mit Zahlen.

Beispiel 1.

a) $x + 4 = 4 + x$

b) $z + t = t + z$

c) $3 \cdot x + 2 \cdot x = (2 + 3) \cdot x = 5 \cdot x$

d) $8 \cdot (y + 4) = 8 \cdot y + 32$

e) $(y + t) + u = y + (t + u)$

f) $4 \cdot (x + y) = 4 \cdot x + 4 \cdot y$

g) $(4 + x) + (y + 3) = x + y + 4 + 3 = x + y + 7$

Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm
E-Mail: mail@frank-klinker.de
Version: 30. August 2023

1.2 Terme

Gerade die Beispiele f) und g) führen uns zum Begriff des (mathematischen) Terms:

> ▷ Als **Term** bezeichnen wir einen "korrekten" mathematischen Ausdruck, der bei uns die folgenden Zutaten haben kann:
>
> – Zahlen
> – Variablen
> – Klammern
> – Rechenzeichen: $+$, $-$, $\cdot$, $:$, $\frac{\square}{\square}$

Beispiel 2.

- $2 + 3 \cdot 7$ ist ein Term
- $(x + y) : (2 \cdot z)$ ist ein Term
- $2 \cdot x + 4$ ist ein Term
- $2 + 3 \cdot + 4$ ist <u>kein</u> Term
- $(x + y) : 4 + 7 \cdot (x - z) \cdot x \cdot (y - z \cdot x)$ ist ein Term
- $8 : (2+) - 4$ ist <u>kein</u> Term

Hinweis 3. Um zu testen, ob ein Ausdruck tatsächlich ein Term ist, kann man wie folgt vorgehen:

Ersetze im Ausdruck jede Variable durch eine feste Zahl. Kann man den so erhaltenen Ausdruck berechnen, dann ist der Ausdruck mit den Variablen höchstwahrscheinlich ein Term!

Bemerkung 4. Multiplizieren wir Variablen mit Zahlen oder Variablen mit gleichen oder anderen Variablen, dann sparen wir uns den Malpunkt "$\cdot$". Dabei gilt die Verabredung, dass in einem Produkt aus Variablen und Zahlen stets zuerst die Zahlen aufgeführt werden. Z. B.

- $4 \cdot x = 4x$
- $x + y \cdot z = x + yz$
- $y \cdot 7 = 7 \cdot y = 7y$
- $x \cdot z \cdot 2 = 2 \cdot x \cdot z = 2xz$
- $(5 + 2 \cdot x) \cdot (7 - y) = (5 + 2x)(7 - y)$

2 Mit Termen arbeiten

Mit Termen können wir auf verschiedene Weisen 'arbeiten'.

Insbesondere können wir Terme mit Hilfe der Rechenregeln vereinfachen oder wir können die Variablen durch feste Werte ersetzen.

2.1 Terme umformen und vereinfachen

Mit Hilfe der üblichen Rechenregeln lassen sich Terme oft vereinfachen.

In den ersten Beispielen oben haben wir das bereits auf einfache Weise ausgenutzt. Aber es geht auch etwas komplizierter.

Beispiel 5.

- $$\begin{aligned}(2y+5x)\cdot(7z-3) &= 2y\cdot 7z - 2y\cdot 3 + 5x\cdot 7z - 5x\cdot 3\\ &= 2\cdot 7yz - 2\cdot 3y + 5\cdot 7xz - 5\cdot 3x\\ &= 14yz - 6y + 35xz - 15x\end{aligned}$$

Bemerkung 6.

- Ein Term, in dem Zahlen und Variablen nur durch Multiplizieren verbunden sind, heißt **multiplikativer Term**. Z.B.

$$0{,}5x \qquad 4xy \qquad \frac{1}{2}vxwz \qquad 3xyzxz$$

- Zwei multiplikative Terme heißen **gleichnamig**, wenn Sie die gleichen Variablen in genau gleicher Anzahl enthalten. Dabei spielt die Reihenfolge keine Rolle:
  - $4y$ und $2{,}5y$ sind gleichnamig
  - x und $7z$ sind nicht gleichnamig
  - $12xyz$ und $56yzx$ sind gleichnamig
  - $7zxzyx$ und $xzyxz$ sind gleichnamig
  - zyx und $2xyzx$ sind nicht gleichnamig
- Werden multiplikative Terme addiert oder subtrahiert, dann darf man die gleichnamigen – und nur diese! – zusammenfassen:
  - $4x + 2y - 2x + 2y = 4x - 2x + 2y + 2y = 2x + 4y$
  - $4xy + 2xzv - 7yx + 2xzw = 2wxz + 2vxz + 4xy - 7xy = 2vxz + 2wxz - 3xy$

2.2 Variablen durch feste Werte ersetzen

In Hinweis 3 haben wir schon gesehen, dass es sinnvoll sein kann, in einem Term Variablen durch Zahlen zu ersetzen.

▷ In einen mathematischen Term, der Variablen enthält, können wir **Werte einsetzen**. Dazu ersetzen wir den 'Platzhalter' durch einen festen Wert.

Beispiel 7.

- $x = 4$ eingesetzt in den Term

$$4x$$

gibt $4 \cdot 4$ und ausgerechnet dann den Wert 16

- $x = 2, y = 4$ und $z = 3$ eingesetzt in den Term

$$(x + y) : (2z)$$

gibt $(2 + 4) : (2 \cdot 3) = 6 : 6 = 1$

- $t = 2, x = 17, y = 6$ und $z = 4$ eingesetzt in den Term

$$t \cdot (x : 17 + y) : 14 + \left(6 : y + \frac{z}{2}\right)$$

gibt $2 \cdot (17 : 17 + 6) : 14 + \left(6 : 6 + \frac{4}{2}\right) = 2 \cdot 7 : 14 + (1 + 2) = 1 + 3 = 4$