

## Analytische Geometrie: Ein wenig Modellieren

---

### Aufgabe 1.

Ein Projektor wirft ein Bild auf eine leicht geneigte rechteckige Leinwand. Die Eckpunkte der Leinwand sind durch die Punkte  $A(-20/-70/150)$ ,  $B(-20/110/150)$ ,  $C(10/110/300)$  und  $D(10/-70/300)$  modelliert. Das Objektiv des Projektors befindet sich in diesem Modell im Punkt  $P(410/20/320)$ . Alle Angaben sind in Zentimeter.

- a) Geben Sie  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{DC}$  und  $\overrightarrow{BC}$  an und berechnen Sie  $\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{BC}$ .

Was folgt daraus für  $\overrightarrow{AD}$  und erläutern Sie die Ergebnisse im Sachkontext.

- b) Geben Sie eine Parameterform der Geraden  $\mathbf{g}$  durch  $A$  und  $P$  an.  
c) Geben Sie eine Parameterform der Ebene  $\mathcal{E}$  an, in der die Leinwand modelliert ist. Nutzen Sie  $A$  als Aufpunkt.  
d) Es wird behauptet, dass  $\mathcal{E}$  durch die Koordinatenform

$$5x - z = -250$$

beschrieben werden kann. Zeigen Sie, dass das korrekt ist.

- e) In welchem Punkt  $S$  trifft der Projektionsstrahl  $\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 410 \\ 20 \\ 320 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 19 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$  die Ebene  $\mathcal{E}$ .

Überprüfen Sie, ob der Schnittpunkt  $S$  auch auf der Leinwand liegt.

- e) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Leinwand.

### Aufgabe 2.

Die Punkte  $A(2/-3/5)$ ,  $B(2/3/5)$ ,  $C(-4/3/5)$  und  $D(-4/-3/5)$  bilden die Ecken der Grundfläche eines pyramidenförmigen Dachbodens.

- a) Begründen Sie, warum die Grundfläche quadratisch ist.  
a) Die Spitze des Dachs soll im Punkt  $S$  mittig in der Höhe 12 über der Grundfläche liegen. Berechnen Sie die Koordinaten von  $S$ .  
b) Berechnen Sie das Volumen des pyramidenförmigen Dachbodens.  
c) Geben Sie eine Parameterform der Teildachfläche mit den Eckpunkten  $A, B, S$  an.

---

Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm

E-Mail: [mail@frank-klinker.de](mailto:mail@frank-klinker.de)

Version: 29. Juli 2025

d) Überprüfen Sie durch nachvollziehbare Rechnungen ob  $D$  auf der Ebene  $\mathcal{E}$  :

$$\vec{x}(t, s) = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ -14 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} \text{ liegt.}$$

e) Berechnen Sie eine Parameterform der Ebene  $\mathcal{E}$ .

### Aufgabe 3.

Eine Landeebene für Drohnen wird abhängig von einem Parameter  $k$  durch die Ebenenschar

$$\mathcal{E}_k : -20kx - 5ky + (7k + 1)z = 3 - 19k$$

modelliert.

- Überprüfen Sie rechnerisch, ob die Ebene  $4x + y - 0,4z = 6,8$  in der Ebenenschar enthalten ist.
- Berechnen Sie  $k$ , sodass  $\mathcal{E}_k$  parallel zur  $x$ -Achse ist. Was bedeutet das für die Landeebene.
- Berechnen Sie  $k$ , sodass der Ursprung des Koordinatensystems in  $\mathcal{E}_k$  enthalten ist.

Geben Sie in diesem Fall den Normalenvektor der Ebene an.

- Zeigen Sie rechnerisch, ob die Gerade  $\mathbf{g} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$  in allen Ebenen  $E_k$  enthalten ist.

Was bedeutet das geometrisch für die gesamte Ebenenschar?