

Analytische Geometrie

Erste Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1.

Zwei elektrische Leitungen werden in einem Neubau geradlinig verlegt. In einem gewählten Koordinatensystem verläuft die eine Leitung durch die Punkte $P(16/18/12)$ und $Q(17/17/13)$ und die andere durch die Punkte $R(12/14/12)$ und $S(11/15/11)$. Der Architekt fordert, dass die Leitungen parallel verlaufen sollen, aber nicht direkt zusammen verlegt werden sollen. Überprüfen Sie, ob die Vorgabe erfüllt ist.

Aufgabe 2.

Die Stadt Dortmund plant unter dem Boden zweier Grundstücke geradlinig neue Versorgungsleitungen zu verlegen. Die eine Leitung soll durch die Punkte $P(-1/2/-4)$ und $Q(2/4/-4)$ die andere durch die Punkte $C(10/12/-1)$ und $D(14/16/-4)$ verlaufen. Überprüfen Sie, ob die praktische Umsetzung möglich ist.

Aufgabe 3.

Die Flugebene \mathcal{E}_1 einer Drohne ist durch die Punkte $A(2/4/6)$, $B(1/-2/8)$ und $C(5/6/4)$ definiert.

Die Flugebene \mathcal{E}_2 zweier weiterer Drohnen ist durch deren Flugbahnen

$$\mathbf{g}_1 : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{g}_2 : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2,2 \\ -4,4 \\ 4,4 \end{pmatrix}$$

vorgegeben.

- Geben Sie eine Parameterform der Flugebene \mathcal{E}_1 an.
- Zeichnen Sie die Punkte A , B und C und die Geraden \mathbf{g}_1 und \mathbf{g}_2 in ein gemeinsames Koordinatensystem ein.
- Weisen Sie nach, dass die Flugbahnen der zweiten und dritten Drohne parallel sind, jedoch keinen Punkt gemeinsam haben.
- Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Flugebene \mathcal{E}_2 .
- Überprüfen Sie rechnerisch, ob sich die Flugebenen \mathcal{E}_1 und \mathcal{E}_2 schneiden?

Aufgabe 4.

Ein kleines Bürogebäude hat die Form eines 16 m hohen Quaders mit aufgesetzter symmetrischer Pyramide. Die quadratische Grundfläche besitzt einen Flächeninhalt von 36 m^2 und die aufgesetzte Pyramide eine Höhe von 4 m .

In einem Plan des Architekten ist die Grundfläche des Gebäudes in der xy -Ebene eines Koordinatensystems eingezeichnet und zwei der Eckpunkte der Grundfläche sind mit $A(0/0/0)$ und $C(6/6/0)$ angegeben. Weiter haben alle Punkte des Gebäudes nicht-negative z -Komponenten.

- a) Begründen Sie, warum die Punkte A und C geeignet sind, die Grundfläche zu modellieren.
- b) Zeichnen Sie das Gebäude in ein geeignetes Koordinatensystem. Geben Sie die Koordinaten aller Eckpunkte an.
- c) Die Sonne lässt sich von der Spitze S der Pyramide unter dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ anvisieren. Bestimmen Sie die Koordinaten des Schattenpunktes der Spitze S in der xy -Ebene.
- d) Bestimmen Sie die Ebenengleichungen zweier anliegender Pyramidenseiten und bestimmen Sie deren Schnittgerade rechnerisch.
- e) Das Gebäude ist in Niedrigenergiebauweise entstanden. Daher lassen sich die Fenster nicht öffnen. Arbeitsrechtliche Vorgaben besagen, dass das Gebäude eine Be- und Entlüftung haben muss, bei der jede Stunde mindestens 80% der Raumluft erneuert werden. Der Architekt schlägt ein Pumpensystem mit der Leistung $380\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$ vor. Beurteilen Sie diesen Vorschlag.