

Analytische Geometrie

Teil 5: Ebenen in Parameterdarstellung

Aufgabe 1.

Geben Sie jeweils eine Parameterdarstellung für die Ebene an, die durch die drei angegebenen Punkte verläuft:

- a) $A(3/1/2)$, $B(1/2/-3)$, $C(0/-1/2)$ b) $D(-1/1/0)$, $E(-1/4/8)$, $F(0/0/1)$
c) $G(1/2/4)$, $H(2/0/1)$, $I(8/1/-1)$ d) $J(2/2/7)$, $K(-2/1/2)$, $L(-1/1/1)$
e) $M(2/4/-2)$, $N(3/6/5)$, $O(-7/2/-1)$ f) $P(9/8/4)$, $Q(4/6/0)$, $R(-7/5/0)$

Aufgabe 2.

Überprüfen Sie, in welcher der Ebenen \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3 die Punkte A - H liegen:

$$\mathcal{E}_1 : \vec{x}(t, s) = \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -7 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{E}_2 : \vec{x}(t, s) = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\mathcal{E}_3 : \vec{x}(t, s) = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -7 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$A(0/0/-4), \quad B(10/13/-7), \quad C(7/2/6), \quad D(6/4/0), \\ E(-2/-2/-4), \quad F(-6/8/2), \quad G(13/0/5), \quad H(-5/3/-1)$$

Aufgabe 3.

Bestimmen Sie zur Ebene $\mathcal{E} : \vec{x}(t, s) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ vier weitere Parameterdarstellungen, die sich im Aufpunktvektor unterscheiden und bei denen keiner der Richtungsvektoren in die Richtung eines Richtungsvektors einer der anderen Darstellungen zeigt.

Aufgabe 4.

Bestimmen Sie die Durchstoßpunkt der Koordinatenachsen durch die Ebenen:

$$\mathcal{E}_1 : \vec{x}(t, s) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{E}_2 : \vec{x}(t, s) = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\mathcal{E}_3 : \vec{x}(t, s) = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{E}_4 : \vec{x}(t, s) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$