Frank Klinker

# Analytische Geometrie

## Teil 6: Gegenseitige Lage von Ebenen und Geraden

### Aufgabe 1.

Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Ebene $\mathcal{E}$ und der Geraden $\mathfrak{g}$ und berechnen Sie ggf. den Durchstoßpunkt der Geraden mit der Ebene.

a) $\mathcal{E} : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\2\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}1\\4\\0\end{pmatrix}$, $\mathfrak{g} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix}0\\2\\5\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}1\\4\\3\end{pmatrix}$

b) $\mathcal{E} : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-5\\16\\13\end{pmatrix}$, $\mathfrak{g} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix}2\\-4\\-3\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$

c) $\mathcal{E} : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}-7\\8\\3\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}4\\-7\\1\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}0\\4\\-3\end{pmatrix}$, $\mathfrak{g} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix}13\\-11\\-4\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}4\\1\\-5\end{pmatrix}$

d) $\mathcal{E} : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}-4\\1\\-1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}4\\0\\3\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$, $\mathfrak{g} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix}4\\1\\5\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}$

e) $\mathcal{E} : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}8\\10\\12\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-50\\72\\-98\end{pmatrix}$, $\mathfrak{g} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}4\\6\\10\end{pmatrix}$

f) $\mathcal{E} : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}3\\2\\-2\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}3\\5\\2\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-1\\0\\4\end{pmatrix}$, $\mathfrak{g} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix}-7\\-8\\10\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}1\\10\\24\end{pmatrix}$

g) $\mathcal{E} : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-6\\0\\-3\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}3\\3\\-9\end{pmatrix}$, $\mathfrak{g} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-3\\3\\-3\end{pmatrix}$

h) $\mathcal{E} : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}-2\\-3\\-2\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-1\\-1\\-1\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}2\\-3\\-6\end{pmatrix}$, $\mathfrak{g} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix}0\\-4\\-5\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}3\\-2\\-5\end{pmatrix}$

i) $\mathcal{E} : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}-1\\3\\5\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}4\\6\\-10\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}3\\7\\-6\end{pmatrix}$, $\mathfrak{g} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix}0\\-2\\-3\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-2\\-4\\6\end{pmatrix}$

j) $\mathcal{E} : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}-1\\5\\-3\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}5\\10\\-5\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}4\\6\\2\end{pmatrix}$, $\mathfrak{g} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix}1\\-3\\7\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-3\\1\\-6\end{pmatrix}$

*Adresse:* Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm
*E-Mail:* mail@frank-klinker.de

**Aufgabe 2.**

Stellen Sie eine Parameterdarstellung der Ebene durch die Punkte $A, B, C$ und eine der Geraden durch die Punkte $P, Q$ auf. Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Ebene und der Geraden.

a) $A(3/0/4)$, $B(5/0/8)$, $C(1/0/0)$, $P(2/1/1)$, $Q(2/-1/3)$

b) $A(1/1/-5)$, $B(2/1/-2)$, $C(2/1/1)$, $P(3/0/3)$, $Q(2/2/1)$

c) $A(-1/0/2)$, $B(1/1/3)$, $C(0/1/2)$, $P(-2/1/3)$, $Q(2/1/4)$

d) $A(2/1/0)$, $B(2/2/0)$, $C(4/1/4)$, $P(4/1/5)$, $Q(5/1/4)$

**Aufgabe 3.**

Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Ebene $\mathcal{E}$ und der Geraden $\mathfrak{g}$. Bestimmen Sie den Parameter $a$ jeweils so, dass die Gerade (i) echt parallel zur Ebene verläuft, (ii) innerhalb der Ebene verläuft und (iii) mit der Ebene einen Durchstoßpunkt gemeinsam hat.

a) $\mathcal{E} : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \\ a+4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ a+4 \\ a+2 \end{pmatrix}$, $\mathfrak{g} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} a+2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

b) $\mathcal{E} : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} a+2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ a-1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\mathfrak{g} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -a \end{pmatrix}$

c) $\mathcal{E} : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2a \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 2a+4 \\ 8 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 2+2a \\ 8-a \end{pmatrix}$, $\mathfrak{g} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -a \\ -3 \\ 3-3a \end{pmatrix}$

d) $\mathcal{E} : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ a+2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$, $\mathfrak{g} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1-a \\ a-3 \\ -2 \end{pmatrix}$

e) $\mathcal{E} : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} a^2-4a+3 \\ 3a-3 \\ a^2-1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2a+4 \\ -4 \\ a^2-3a-14 \end{pmatrix}$,

$\mathfrak{g} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 2a \\ a+1 \\ 5a+4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1-a \\ -1 \\ -a-1 \end{pmatrix}$