Frank Klinker

Analytische Geometrie

Teil 7: Gegenseitige Lage zweier Ebenen

Aufgabe 1.

Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Ebenen $\mathcal{E}_1$ und $\mathcal{E}_2$ und bestimmen Sie ggf. eine Parameterform der Schnittgeraden.

a) $\mathcal{E}_1 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}-6\\-13\\-7\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\5\\4\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}3\\5\\1\end{pmatrix}$, $\mathcal{E}_2 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}1\\0\\-2\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}$

b) $\mathcal{E}_1 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}-6\\-1\\0\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\3\\2\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}$, $\mathcal{E}_2 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}2\\3\\2\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}2\\4\\3\end{pmatrix}$

c) $\mathcal{E}_1 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}1\\6\\3\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\0\\3\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}0\\2\\3\end{pmatrix}$, $\mathcal{E}_2 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}0\\0\\2\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$

d) $\mathcal{E}_1 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}1\\0\\3\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}4\\3\\3\end{pmatrix}$, $\mathcal{E}_2 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}4\\2\\6\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}4\\1\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}6\\4\\-3\end{pmatrix}$

e) $\mathcal{E}_1 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}0\\8\\4\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-1\\6\\9\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}2\\0\\3\end{pmatrix}$, $\mathcal{E}_2 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}-3\\-2\\2\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-1\\4\\4\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-3\\2\\0\end{pmatrix}$

f) $\mathcal{E}_1 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}0\\6\\-1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}3\\0\\-1\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$, $\mathcal{E}_2 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}6\\1\\2\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}3\\3\\-1\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}3\\1\\-1\end{pmatrix}$

g) $\mathcal{E}_1 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}-2\\-1\\5\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-2\\3\\-4\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-4\\5\\8\end{pmatrix}$, $\mathcal{E}_2 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}-2\\4\\-1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-1\\1\\6\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-3\\4\\2\end{pmatrix}$

h) $\mathcal{E}_1 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}4\\0\\-7\end{pmatrix}$, $\mathcal{E}_2 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}4\\0\\0\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\-6\\-3\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-2\\-3\\0\end{pmatrix}$

Aufgabe 2.

Geben Sie eine Ebene in Parameterdarstellung an, welche die Ebene $\mathcal{E} : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}4\\-3\\1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\0\\4\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}3\\-2\\0\end{pmatrix}$ in der Geraden $\mathfrak{g} : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix}-9\\3\\-7\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-9\\4\\-6\end{pmatrix}$ schneidet.

Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm
E-Mail: mail@frank-klinker.de

Aufgabe 3.

Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Ebenen $\mathcal{E}_1$ und $\mathcal{E}_2$. Bestimmen Sie den Parameter a jeweils so, dass die Ebenen (i) echt parallel sind, (ii) identisch sind und (iii) sich in einer Geraden schneiden.

a) $\mathcal{E}_1 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}1\\0\\a\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-4\\a\\-a\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}6\\a\\1\end{pmatrix}$, $\mathcal{E}_2 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}1\\-a\\3\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}3\\-1\\5\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}3\\3\\0\end{pmatrix}$

b) $\mathcal{E}_1 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}2\\5\\a\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}a\\3\\5\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$, $\mathcal{E}_2 : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}2-a\\1\\-2\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}1\\a-4\\-a\end{pmatrix}$

Aufgabe 4.

Die Schnittgeraden einer Ebene mit den drei Koordinatenebenen bezeichnen wir als **Spurgeraden** der Ebene.

Bestimmen Sie die Spurgeraden der Ebene $\mathcal{E} : \vec{x}(t,s) = \begin{pmatrix}4\\2\\-1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}3\\4\\8\end{pmatrix} + s\begin{pmatrix}-2\\0\\3\end{pmatrix}$.