Frank Klinker

Analytische Geometrie

Teil 2.2: Geraden und Beträge

Aufgabe 1.

Überprüfen Sie auf Schnittpunkte und beschreiben Sie die gegenseitige Lage der Geraden.

$$\text{a)}\quad \mathfrak{g}:\vec{x}(t)=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix};\quad \mathfrak{h}:\vec{x}(t)=\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$$

$$\text{b)}\quad \mathfrak{g}:\vec{x}(t)=\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix};\quad \mathfrak{h}:\vec{x}(t)=\begin{pmatrix}1\\3\\1\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}2\\-2\\-1\end{pmatrix}$$

$$\text{c)}\quad \mathfrak{g}:\vec{x}(t)=\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\-2\\-1\end{pmatrix};\quad \mathfrak{h}:\vec{x}(t)=\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-1\\1\\0{,}5\end{pmatrix}$$

Aufgabe 2.

Bestimmen Sie die Punkte A_{yz}, A_{xz} und A_{yz}, in denen die Gerade $\mathfrak{g}$ die xy-Ebene, die xz-Ebene und die yz-Ebene schneidet:

$$\mathfrak{g}:\vec{x}(t)=\begin{pmatrix}3\\-3\\2\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.

Die vier Punkte $P(1/0/2)$, $Q(3/2/6)$, $R(3/0/8)$ und $S(1/-2/4)$ liegen alle in einer Ebene und bilden ein Viereck. Überprüfen Sie, ob diese Punkte ein Parallelogramm bilden.

Aufgabe 4.

Eine Pyramide hat die Ecken $A(0/0/4)$, $B(3/0/0)$, $C(0/6/0)$ und $D(-2/1/0)$.

a) Zeichnen Sie die Pyramide in ein Koordinatensystem

b) Welche Kanten der Pyramide sind windschief?

Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm
E-Mail: mail@frank-klinker.de
Version: 10. September 2023

Aufgabe 5.

Berechnen Sie die Schnittpunkte der Geraden:

$$\text{a)}\quad \mathfrak{g}:\vec{x}(t)=\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-1\\1\\2\end{pmatrix};\quad \mathfrak{h}:\vec{x}(t)=\begin{pmatrix}0\\3\\2\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$$

$$\text{b)}\quad \mathfrak{g}:\vec{x}(t)=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-2\\0\\3\end{pmatrix};\quad \mathfrak{h}:\vec{x}(t)=\begin{pmatrix}1\\4\\7\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$$

$$\text{c)}\quad \mathfrak{g}:\vec{x}(t)=\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\-2\\-1\end{pmatrix};\quad \mathfrak{h}:\vec{x}(t)=\begin{pmatrix}-1\\-1\\2\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-8\\2\\4\end{pmatrix}$$

Aufgabe 6.

Zeigen Sie, dass alle drei Geraden durch einen Punkt verlaufen:

$$\mathfrak{g}_1:\vec{x}(t)=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix};\quad \mathfrak{g}_2:\vec{x}(t)=\begin{pmatrix}-1\\-3\\-4\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix};$$

$$\mathfrak{g}_3:\vec{x}(t)=\begin{pmatrix}5\\6\\8\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$$

Aufgabe 7.

Berechnen Sie den Mittelpunkt Z zwischen A und B. Berechnen Sie ebenfalls $|AB|$, $|AZ|$, und $|BZ|$, um ihre Rechnung zu überprüfen.

a) $A(3/4/2);\ B(1/2/10)$ b) $A(1/1/12);\ B(-1/-4/-15)$

c) $A(1/2/4);\ B(2/3/1)$ d) $A(-2/-4/6);\ B(-2/1/4)$

Aufgabe 8.

Zeigen Sie, dass $X(1{,}25/1{,}75/0)$ auf der Strecke zwischen $P(1/2/-1)$ und $Q(2/1/3)$ liegt. Berechnen Sie $|PX|$ und $|QX|$.