

## Analytische Geometrie

### Teil 6.1: Winkel und Schnittwinkel

---

**Aufgabe 1.** Berechnen Sie das Skalarprodukt der Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  und den Winkel zwischen den Vektoren:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} & \text{b) } \vec{a} = \begin{pmatrix} 11 \\ 8 \\ -3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \text{c) } \vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} & \text{d) } \vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \end{array}$$

**Aufgabe 2.** Untersuchen Sie welche Vektoren orthogonal zueinander sind:

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 3.** Zeigen Sie, dass sich die Geraden schneiden, indem Sie den Schnittpunkt berechnen. Bestimmen Sie anschließend den Schnittwinkel:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \mathfrak{g}_1 : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} ; \quad \mathfrak{g}_2 : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \text{b) } \mathfrak{g}_1 : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} ; \quad \mathfrak{g}_2 : \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 10 \\ -6 \end{pmatrix} \end{array}$$

**Aufgabe 4.** Bestimmen Sie den Schnittwinkel der beiden angegebenen Ebenen:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \mathcal{E}_1 : x + 2y - 3z = 4; \quad \mathcal{E}_2 : -2x + y - 3z = 8 \\ \text{b) } \mathcal{E}_1 : 3x + y + z = -2; \quad \mathcal{E}_2 : 6x + 2y + 2z = 6 \\ \text{c) } \mathcal{E}_1 : 2x - 2y + 4z = 6; \quad \mathcal{E}_2 : 5x + 3y - z = 0 \\ \text{d) } \mathcal{E}_1 : 3x + 2y - 6z = 3; \quad \mathcal{E}_2 : 2x + 3y + 6z = 11 \end{array}$$