Frank Klinker

Aufgaben: Differentialrechnung

Teil 4: Vermischtes zum Differenzenquotienten

Aufgabe 1. Klammern Sie folgenden Ausdrücke aus, d. h. vereinfachen Sie so, dass keine Klammern mehr vorhanden sind.:

a) $(2+4t)^2$	b) $(a+7)^2-4(a+7)$	c) $2(1-t)^2-4(1-t)+2$
d) $(2+t)^3$	e) $(t-1)^3$	f) $(1-t)^3+2(1-t)^2-4(1-t)+1$

Aufgabe 2. Setzen Sie den angegebenen Wert x_0 in die Funktion $f(x)$ ein. Vereinfachen Sie anschließend so, dass keine Klammern mehr vorhanden sind:

a) $x_0 = 2$ in $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 12$

b) $x_0 = -1$ in $f(x) = -2x^4 - x^3 + 2x^2 - 8x$

c) $x_0 = 4 + t$ in $f(x) = x^2$

d) $x_0 = z + 1$ in $f(x) = x^2 + 2x - 2$

e) $x_0 = 1 - u$ in $f(x) = 3(x + 4)$

f) $x_0 = -2$ in $f(x) = 3(x - 2)^2 + 2$

g) $x_0 = 2 - t$ in $f(x) = -(2 - x)^2 + x$

h) $x_0 = 4v - 1$ in $f(x) = -0{,}5x^2 + x - 2$

Aufgabe 3. Berechnen Sie die mittlere Steigung der Funktion $f(x)$ zwischen den angegebenen Punkten P und Q bzw. zwischen den angegebenen Stellen x_1 und x_2

a) $f(x) = -x^2 + 2x - 1$, $P\big(-1/-4\big)$, $Q = \big(2/f(2)\big)$

b) $f(x) = x^4 + 2x^3 - 4$, $x_1 = -2$, $x_2 = 4$

c) $f(x) = -x^3 - (x-1)^2 + 2(x+7)$, $x_1 = -2$, $x_2 = 4$

d) $f(x) = x^5 + 4x^2 + 16$, $P\big(1/21\big)$, $Q = \big(-2/f(-2)\big)$

Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm
E-Mail: mail@frank-klinker.de
Version: 20. September 2023

Aufgabe 4. Berechnen und vereinfachen Sie den Differenzenquotienten ausgehend von der Darstellung

$$\frac{f(x_0+t)-f(x_0)}{t}$$

für die folgenden Konstellationen:

a) $f(x) = -2x^2$ und $x_0 = 1$

b) $f(x) = x^2 + 2x$ und $x_0 = -1{,}5$

c) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 1$ und $x_0 = 2$

d) $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ und $x_0 = \frac{1}{2}$

e) $f(x) = (x - \frac{1}{4})^2 + 4(x + \frac{1}{4}) + 1$ und $x_0 = -\frac{3}{4}$

f) $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 2x - 1$ und $x_0 = 0$

Aufgabe 5.

a) Berechnen Sie die Ableitungen $f'(x_0)$ für die Konstellationen aus Aufgabe 4a)-f), indem Sie die dortigen Ergebnisse und die Definition

$$f'(x_0) = \lim_{t\to 0}\frac{f(x_0+t)-f(x_0)}{t}$$

nutzen.

b) Beschreiben Sie kurz, warum es Ihnen in den Beispielen leicht fällt, den Grenzwert für $t \to 0$ zu berechnen.