Aufgaben: Differentialrechnung

Teil 4: Vermischtes zum Differenzenquotienten

Aufgabe 1. Klammern Sie folgenden Ausdrücke aus, d. h. vereinfachen Sie so, dass keine Klammern mehr vorhanden sind.:

- a) $(2 + 4t)^2$ b) $(a + 7)^2 - 4(a + 7)$ c) $2(1 - t)^2 - 4(1 - t) + 2$
d) $(2 + t)^3$ e) $(t - 1)^3$ f) $(1 - t)^3 + 2(1 - t)^2 - 4(1 - t) + 1$

Aufgabe 2. Setzen Sie den angegebenen Wert x_0 in die Funktion $f(x)$ ein. Vereinfachen Sie anschließend so, dass keine Klammern mehr vorhanden sind:

- a) $x_0 = 2$ in $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 12$
b) $x_0 = -1$ in $f(x) = -2x^4 - x^3 + 2x^2 - 8x$
c) $x_0 = 4 + t$ in $f(x) = x^2$
d) $x_0 = z + 1$ in $f(x) = x^2 + 2x - 2$
e) $x_0 = 1 - u$ in $f(x) = 3(x + 4)$
f) $x_0 = -2$ in $f(x) = 3(x - 2)^2 + 2$
g) $x_0 = 2 - t$ in $f(x) = -(2 - x)^2 + x$
h) $x_0 = 4v - 1$ in $f(x) = -0,5x^2 + x - 2$

Aufgabe 3. Berechnen Sie die mittlere Steigung der Funktion $f(x)$ zwischen den angegebenen Punkten P und Q bzw. zwischen den angegebenen Stellen x_1 und x_2

- a) $f(x) = -x^2 + 2x - 1$, $P(-1/-4)$, $Q = (2/f(2))$
b) $f(x) = x^4 + 2x^3 - 4$, $x_1 = -2$, $x_2 = 4$
c) $f(x) = -x^3 - (x - 1)^2 + 2(x + 7)$, $x_1 = -2$, $x_2 = 4$
d) $f(x) = x^5 + 4x^2 + 16$, $P(1/21)$, $Q = (-2/f(-2))$

Aufgabe 4. Berechnen und vereinfachen Sie den Differenzenquotienten ausgehend von der Abstandsdarstellung

$$\frac{f(x_0 + t) - f(x_0)}{t}$$

für die folgenden Konstellationen:

- a) $f(x) = -2x^2$ und $x_0 = 1$
- b) $f(x) = x^2 + 2x$ und $x_0 = -2$
- c) $f(x) = (x - 1)^2 + 4(x + 1) + 1$ und $x_0 = 1$
- d) $f(x) = x^3 - 2x$ und $x_0 = 0$

Aufgabe 5.

- a) Berechnen Sie die Ableitungen $f'(x_0)$ für die Konstellationen aus Aufgabe 4a)-d), indem Sie die dortigen Ergebnisse und die Definition

$$f'(x_0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + t) - f(x_0)}{t}$$

nutzen.

- b) Beschreiben Sie kurz, warum es Ihnen in den Beispielen leicht fällt, den Grenzwert für $t \rightarrow 0$ zu berechnen.