Frank Klinker

Aufgaben: Differentialrechnung

Teil 6: Kettenregel

Aufgabe 1. Berechnen Sie die Ableitungen mit Hilfe der Kettenregel

a) $f(x) = (2x^2 + 1)^3$

b) $f(x) = 3(4 + 3x)^2 - 5(4 + 3x) + 1$

c) $f(x) = e^{3+x^3}$

d) $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3$

e) $f(x) = \sqrt{1 + 2x^2}$

f) $f(x) = -(\sqrt{x} + 1)^2 + 2(\sqrt{x} + 1)$

Aufgabe 2. Berechnen Sie die Ableitungen mit Hilfe der Kettenregel und ggf. der Produktregel:

a) $f(x) = (x^2 + 1) \cdot e^{-x^2}$

b) $f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}}$

c) $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{e^x + 1}$

d) $f(x) = e^{x^2-1} \cdot e^{-x^3}$

e) $f(x) = \dfrac{1}{x^3 + 2x - 1}$

Aufgabe 3. Wir wissen, dass die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$ einer Funktion $f(x)$ die Ableitung $(f^{-1})'(x) = \dfrac{1}{f'(f^{-1}(x))}$ besitzt.

Zeigen Sie damit: Die Umkehrfunktion $f^{-1}(x) = \arcsin(x)$ der Funktion $f(x) = \sin(x)$ hat die Ableitung

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}\,.$$

Verwenden Sie dazu, dass die Funktion $f(x) = \sin(x)$ die Ableitung $f'(x) = \cos(x)$ besitzt, und außerdem den trigonometrischen Pythagoras $(\sin(x))^2 + (\cos(x))^2 = 1$.

Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm
E-Mail: mail@frank-klinker.de
Version: 19. September 2024