
Stammfunktion, Flächeninhalt, Integral

Aufgabe 1. Berechnen Sie eine Stammfunktion zu den folgenden Funktionen

a) $f(x) = -x^2 + 3x + 4$

b) $g(x) = 16x^7 + 2x^4 - 8$

c) $h(x) = -28x^{13} + 3x$

d) $j(x) = -2x^3 + 3x + \frac{1}{2}$

e) $k(x) = 16x^7 + 12x^5 - 12x^2 + 13$

f) $m(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - x - 1,5$

Aufgabe 2. Berechne Sie den Flächeninhalt, den die Funktion mit der x -Achse auf dem angegebenen Bereich einschließt

a) $f(x) = x, \quad 0 \leq x \leq 2$

b) $f(x) = x, \quad -2 \leq x \leq 2$

c) $g(x) = 2x - 2, \quad -2 \leq x \leq 2$

d) $h(x) = x^2 - 8x + 12, \quad 1 \leq x \leq 3$

e) $h(x) = x^2 - 8x + 12, \quad 1 \leq x \leq 4$

f) $h(x) = x^2 - 8x + 12, \quad 1 \leq x \leq 5$

g) $h(x) = 2x^2 + 6x - 3,5, \quad -1 \leq x \leq 3,5$

h) $j(x) = 2(x^2 - 1)(x - 4), \quad -2 \leq x \leq 5$

Aufgabe 3. Berechne Sie $\int_a^b f(x) dx$ für die folgenden Konstellationen:

a) $f(x) = 2x + 1, \quad a = -2, b = 3$

b) $f(x) = -2x, \quad a = -2, b = 2$

c) $g(x) = \frac{3}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}, \quad a = -0,5, b = 1$

- d) $h(x) = x^2 - 8x + 12$, $a = 1, b = 3$
 e) $h(x) = 5x^4 - 6x^2 - 1$, $a = -3, b = 4$
 f) $h(x) = 3x^2 + 4$, $a = 1, b = 5$
 g) $h(x) = 2x^2 + 6x - 3,5$, $a = -1, b = 1$
 h) $j(x) = x(x^2 - 4)$, $a = -2, b = 1$

Aufgabe 4. Berechnen Sie den Flächeninhalt, die die Graphen der angegebenen Funktionen einschließen:

- a) $f(x) = -x^2 + 12$, $g(x) = 3$
 b) $f(x) = x^2 + 2x + 6$, $g(x) = -2x + 3$
 c) $f(x) = x^2 + 6x - 8$, $g(x) = 2x + 4$
 d) $f(x) = -2x^2 + 4x + 7$, $g(x) = x^2 - 2x - 2$

Aufgabe 5. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die die Graphen der angegebenen Funktionen einschließen:

- a) $f(x) = -x^2 + 12$, $g(x) = 3$
 b) $f(x) = x^2 + 2x + 6$, $g(x) = -2x + 3$
 c) $f(x) = x^2 + 6x - 8$, $g(x) = 2x + 4$
 d) $f(x) = -2x^2 + 4x + 7$, $g(x) = x^2 - 2x - 2$

Aufgabe 6. a) Ein gemauerter Torbogen hat die Form zweier ineinander liegender Parabelbögen. Der Torbogen wird in einem Koordinatensystem durch die zwei Funktion $f_1(x)$ und $f_2(x)$ beschrieben:

$$f_1(x) = -0,5x^2 + 2x + 8, \quad f_2(x) = -0,65(x - 2)^2 + 7.$$

Der Erboden befindet sich bei $y = 0$. Berechnen Sie den Querschnitt des Mauerwerks.

- b) Die Überreste einer alten Stadtmauer mit Stadttor sollen restauriert werden. Zur Kalkulation der Kosten wird die Gesamtfläche der Mauer benötigt. Das Amt für Denkmalschutz gibt Ihnen die folgenden Daten:
- Länge der Mauer: 45 m ; Höhe der Mauer: $11,5 \text{ m}$.
 - Das Tor ist parabelförmig. In der Mitte hat es eine Höhe von $8,5 \text{ m}$ und unten eine Weite von $6,5 \text{ m}$.