Aufgabe: Modellierung der Fortsetzung unserer Skaterbahn

In den Aufgaben 1-3 haben wir den ersten Teil unserer Skaterbahn modelliert. Dabei haben wir die Zufahrt, die Halfpipe und die anschließende Rampe konstruiert. Wir wissen insbesondere, dass die Rampe die Steigung -1 hat.

Um nun den weiteren Verlauf der Skaterbahn zu modellieren, haben wir unsere bisher erhaltenen Funktionen ein wenig nach links verschoben. Dadurch endet die Rampe im Ursprung unseres Koordinatensystems: Unsere weiter Planung des Verlaufs der

Abbildung 1: Der erste Teil der Skaterbahn

Bahn ergaben Folgendes:

An die Rampe soll sich knickfrei eine Senke anschließen, dem sich direkt ein Hügel anschließt. Die Senke soll dabei eine Länge von 6 Meter haben und der Hügel eine Länge von 5 Meter, sodass eine Verlängerung um 11 Meter angestrebt ist.

Aufgabe [Fortsetzung der Skaterbahn]

4. Die Modellierung der weiterführenden Bahn soll mit Hilfe einer Funktion 3. Grades geschehen:

$$g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

- a) Begründen Sie, warum eine Funktion 3. Grades zur Modellierung geeignet ist.
- b) Begründen Sie, warum der Parameter a < 0 gewählt werden muss.
- c) Begründen Sie, warum durch g(0) = 0 eine sprungfreie Fortsetzung der Bahn hinter der Rampe gewährleistet ist.
- d) Zeigen Sie, dass sich durch die Bedingung der Sprungfreiheit der Ansatz für die Funktion g(x) vereinfacht.

Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm

E-Mail: mail@frank-klinker.de Version: 6. September 2023

- 5. Bestimmen Sie die fehlenden Parameter der Funktion g(x), indem Sie wie folgt vorgehen:
 - e) Formulieren Sie Bedingungen an die Funktion g(x), die sich aus dem geforderten Bahnverlauf ergeben.
 - f) Übersetzen Sie die Bedingungen aus e) in ein lineares Gleichungssystem.
 - g) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem, und bestimmen Sie die Parameter $a,\,b,\,c$ und d.
- 6. Die Verlängerung der Bahn soll einen bestimmten Höhenunterschied nicht überschreiten und sie soll nirgendwo zu steil sein. Um das zu prüfen sollen Sie einige Angaben ermitteln.
 - h) Berechnen Sie den maximalen Höhenunterschied der Verlängerung.
 - i) Bestimmen Sie die mittlere Steigung zwischen dem tiefsten Punkt der Senke und dem höchsten Punkt des Hügels der Verlängerung.
 - j) An welcher Stelle zwischen Senke und Hügel ist die Steigung der Verlängerung betragsmäßig am größten? Welchen Wert hat die Steigung an dieser Stelle?