

Aufgaben: Kurvendiskussion/Steckbriefaufgaben

Den Verlauf einer Funktion diskutieren und anpassen

Aufgabe 1. a) Diskutieren Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{16}x^3 - \frac{1}{4}x \quad \text{für } -2 \leq x \leq 2$$

hinsichtlich Extrema und Wendepunkte.

b) Berechnen Sie zusätzlich $f(-2)$, $f(0)$, $f(2)$ und nutzen Sie das und die Ergebnisse aus a), um den Graph von $f(x)$ zu skizzieren.

Beschreiben Sie Besonderheiten im Verlauf, die Ihnen auffallen.

c) Zeigen Sie rechnerisch, dass für alle x die Beziehung

$$f(x) = -f(-x)$$

gilt. Was bedeutet das für den Verlauf des Graphen von $f(x)$?

Aufgabe 2. Betrachten Sie die Funktion $f(x)$ aus Aufg. 1 nur für $-\sqrt{\frac{4}{3}} \leq x \leq \sqrt{\frac{4}{3}}$.

a) Geben Sie für $-2 \leq x \leq -\sqrt{\frac{4}{3}}$ Funktion $g_1(x)$ dritten Grades an, die

- 1) an der Stelle $x = -\sqrt{\frac{4}{3}}$ knickfrei an $f(x)$ anschließt,
- 2) durch den Punkt $(-2/f(-2))$ verläuft und
- 3) an der Stelle $x = -2$ eine waagerechte Tangente besitzt.

b) Geben Sie für $\sqrt{\frac{4}{3}} \leq x \leq 2$ eine Funktion $g_2(x)$ dritten Grades an, die

- 1) an der Stelle $x = \sqrt{\frac{4}{3}}$ knickfrei an $f(x)$ anschließt,
- 2) durch den Punkt $(2/f(2))$ verläuft und
- 3) an der Stelle $x = 2$ eine waagerechte Tangente besitzt.

c) Skizzieren Sie die aus $g_1(x)$, $f(x)$, $g_2(x)$ zusammengesetzte Funktion und vergleichen Sie das Ergebnis mit Aufgabe 1.

Aufgabe 3. a) Bestimmen Sie eine Funktion $h(x)$ fünften Grades, die

- 1) punktsymmetrisch zum Ursprung ist,
- 2) An der Stelle $x = 0$ eine waagerechte Tangente besitzt und
- 3) im Punkt $(-1,1547/0,19245)$ ein lokales Maximum und im Punkt $(1,1547/-0,19245)$ ein lokales Minimum besitzt.

b) Skizzieren Sie den Graph von $h(x)$ für $-1,1547 \leq x \leq 1,1547$.

c) Begründen Sie, warum $h(x)$ an der Stelle $x = -1,1547$ knickfrei in $g_1(x)$ und an der Stelle $x = 1,1547$ knickfrei in $g_2(x)$ aus Aufgabe 2 übergeht.

Hinweis: Dazu brauchen Sie die Funktionen $g_1(x), g_2(x)$ aus Aufgabe 2 nicht bestimmt zu haben, sondern es reicht, deren vorgegebenen Eigenschaften zu nutzen.