Frank Klinker

Aufgaben: Stochastik

Teil 2.4: Wahrscheinlichkeit (Ereignisse als Mengen)

Aufgabe 1. An einer Verlosung nehmen Nadja, Max und Kerim teil. Der erste Preis ist ein Smartphone und der zweite Preis ein LED-TV. Drei Ereignisse sind dazu gegeben:

A : "Einer oder eine der drei gewinnt das Smartphone"
B : "Nadja gewinnt das Smartphone nicht"
C : "Die drei gwinnen nicht beide Preise"

Welche der folgenden Ereignisse sind eingetreten, wenn Max das Smartphone gewinnt und die beiden anderen leer ausgehen?

$$A\,,\quad B\,,\quad C\,,\quad A\cup B\,,\quad A\cap B\,,\quad \bar{A}\,,\quad A\cap\bar{C}\,,\quad B\cup C\,,\quad \bar{A}\cup\bar{C}\,,\quad A\cap B\cap C$$

Aufgabe 2. Zu einem Zufallsereignis gehören drei Ereignisse A, B und C. Geben die folgenden Ereignisse in Termen von A, B und C an:

D : "Keines der drei Ereignisse tritt ein"
E : "Genau eines der drei Ereignisse tritt ein"
F : "Höchstens eines der drei Ereignisse tritt ein"
G : "Mindestens eines der drei Ereignisse tritt ein"
H : "Nur B tritt ein"
J : "Höchstens zwei der drei Ereignisse treten ein"
K : "Mindestens zwei der drei Ereignisse treten ein"

Aufgabe 3. In einer Nacht fahren drei Passagiere mit der U43 in Richtung Stadtmitte. Es sind drei Ereignisse formuliert, nämlich E_i : "Die i-te Person hat kein Ticket", $i = 1, 2, 3$. Beschreiben Sie mit Hilfe von E_1, E_2 und E_3 die folgenden Ereignisse:

A : "Alle haben ein Ticket"
B : "In der Bahn sitzt höchstens ein Schwarzfahrer"
C : "In der Bahn sitzt mindestens ein Schwarzfahrer"
D : "In der Bahn sitzen zwei Schwarzfahrer"
E : "Entweder kein oder genau ein Schwarzfahrer sitzt in der Bahn"

Aufgabe 4. Eine Münze wird viermal geworfen. Zu diesem Zufallsexperiment gehören die Ereignisse A : "mindestens eine Münze zeigt Zahl" und B : "Höchstens eine Münze zeigt Zahl". Geben Sie die folgenden Ereignisse als Teilmengen von $\{Z, K\}^4$ an, die aus 4-Tupeln besteht:

$$\bar{A}\,,\quad A\cap B\,,\quad A\cup B\,,\quad \bar{A}\cap B\,,\quad A\setminus B\,,\quad \bar{B}\cup A\,,\quad \overline{A\cap B}\,,\quad \bar{A}\cap\bar{B}$$

Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm
E-Mail: mail@frank-klinker.de
Version: 1. September 2025

Aufgabe 5. Für den Wurf eines Würfels sind die Ereignisse A : "Der Wurf ist kleiner als 4" und B : "Der Wurf ist gerade" formuliert.

a) Geben Sie A und B in Mengenform an.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

$$A \cup B\,, \quad A \cap B\,, \quad A \setminus B\,, \quad B \setminus A\,, \quad \bar{A} \cap B\,, \quad \bar{A} \cup \bar{B}\,, \quad \overline{A \cap B}\,, \quad A \cup \bar{B}$$

Aufgabe 6. Ein Würfel wird viermal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wirft man a) vier gerade Zahlen oder b) vier gerade Zahlen größer als 3?

Formulieren und lösen Sie mit Hilfe geeigneter Mengen.

Aufgabe 7. Für zwei Ereignisse A, B eines Zufallsexperiments gilt $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{2}{5}$ und $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{5}$. Berechnen Sie:

$$P(\bar{A})\,, \quad P(\bar{B})\,, \quad P(A \cup B)\,, \quad P(A \cap B)\,, \quad P(A \cap \bar{B})\,, \quad P(\bar{A} \cup B)\,, \quad P(\overline{A \cap B})$$

Aufgabe 8. Ein Glücksrad enthält alle Zahlen von 1 bis 100 mit gleicher Feldgröße. Es gewinnen die Zahlen, die durch 6 oder durch 8 teilbar sind.

Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit man gewinnt, indem Sie das Problem mit Hilfe geeigneter Mengen formulieren.

Aufgabe 9. a) Zeichnen Sie das Mengenbild (Venn-Diagramm) für drei Ereignisse A, B und C. Bestätigen Sie damit die Gültigkeit von

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) \\ - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

b) Der Vorstand einer Firma für Pflegeprodukte fordert ein Memo zu der Verkaufssituation drei ihrer Produkte (A, B, C) an. Dieses Memo besagt nun, dass von 1000 befragten Haushalten 525 Produkt A, 312 Produkt B, 470 Produkt C, 42 die Produkte A und B, 147 die Produkt A und C, 86 die Produkte B und C sowie 25 alle drei Produkte verwenden.

Beurteilen Sie, ob der Vorstand dem Memo trauen kann.

Aufgabe 10. Eine Fabrik, die Stahlkugeln produziert, testet mit einem Verfahren die Abweichung von der benötigten Härte und dem vorgegebenen Durchmesser. Es ergibt sich, dass von 10000 Kugeln 649 im Durchmesser und 781 in der Härte von den Vorgaben abweichen. Außerdem weichen 432 in Härte und Durchmesser ab.

a) Interpretieren Sie den Test als Zufallsexperiment und formulieren Sie geeignete Ereignisse A und B und geben Sie die zugehörige Wahrscheinlichkeiten an.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Kugel von den Vorgaben abweicht.