Frank Klinker

# Wiederholung: Gebrochen-rationale Funktionen

**Aufgabe 1.**

a) Was ist eine gebrochen-rationale Funktion (Zusammensetzung, Definition). Geben Sie (auch kompliziertere) Beispiele.

b) Wie berechnet man die Schnittpunkte mit den Achsen?

c) Warum muss man bei gebrochen-rationalen Funktionen zwingend den Definitionsbereich bestimmen?

d) Was sind *Definitionslücken*?

e) Wodurch können sich Definitionslücken prinzipiell unterscheiden?

f) Beschreiben Sie die Auswirkungen einer Definitionslücke für den Verlauf der Funktion. Berücksichtigen Sie dabei auch d).

g) Erklären Sie den Begriff *Polstelle* am Beispiel $f(x) = \dfrac{1}{x+4}$.

h) Für $x \to \infty$ und $x \to -\infty$ zeigen gebrochen-rationale Funktionen asymptotisches Verhalten. Wie kann die Asymptote bestimmt werden? Um was für eine Art von Funktion handelt es sich bei der Asymptote immer?

i) Wie lautet die Asymptote bei Funktionen, für die der Nennergrad größer als der Zählergrad ist?

j) Berechnen Sie $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{4x^2-4}{x-1}$.

k) Berechnen Sie $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{4x^2-1}{x-1}$ und $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{4x^2-1}{x-1}$. Warum war hier im Gegensatz zur Aufgabe j) die Unterteilung in die einseitigen Grenzwerte notwendig?

l) Berechnen Sie $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{2x-1}{x+1}$ und $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{2x-1}{x+1}$

m) Berechnen Sie $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{x^2-1}{x+2}$ und $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^2-1}{x+2}$. Erläutern Sie den Unterschied zu Aufgabe l).

n) Bestimmen Sie die Asymptote von $\dfrac{x^2-1}{x+2}$ für $x \to \pm\infty$.

*Adresse:* Eduard-Spranger-Berufskolleg, Vorheider Weg 8, 59067 Hamm
*E-Mail:* frank.klinker@esb-hamm.de

**Aufgabe 2.**

a) Wie lautet die Quotientenregel der Ableitung?

b) Wie kann man die Steigung einer gebrochen-rationalen Funktion an einer gegebenen Stelle $x = x_0$ bestimmen?

c) Wie kann man die Stelle $x_0$ bestimmen, an der eine gebrochen-rationale Funktion eine vorgegebenen Steigung hat?

d) Berechnen Sie $f'(x)$ für $f(x) = \dfrac{2x^2 + x}{x + 1}$

e) Bestimmen Sie für die Funktion $f(x)$ aus d) die Steigung an den Stellen $x = 1$ und $x = 0$.

f) Bestimmen Sie die Stelle/n, an der/denen die Steigung von $f(x)$ aus d) verschwindet.

**Aufgabe 3.** Diskutieren Sie die folgenden Funktionen:

a) $f(x) = \dfrac{2x + 2}{x^2 - 3x}$

b) $f(x) = \dfrac{2x^2 + 8}{x^2 - 1}$

c) $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x + 3}{5x - 5}$

d) $f(x) = \dfrac{x^3}{2x^2 - 2x}$