

Physikalische Größen

Teil 1: Größen, Einheiten und wie man mit ihnen rechnet

1 Die Definition der Größe

Um sich miteinander zu unterhalten reicht es oft nicht, lediglich eine Zahl zur Beschreibung einer Eigenschaft zu nutzen:

- Lautet die Frage: "Wie weit ist es von hier bis zum nächsten Supermarkt?", so ist die Antwort "1500" ebenso wenig hilfreich, wie die genauso korrekte Antwort "1,5".
- Eine andere Frage lautet: "Wie hoch ist die Miete für dieses Appartement?", so ist die Antwort "550" nicht hilfreich und die Antwort "4510" genauso wenig, auch wenn beide korrekt sind.

Wir sehen sofort was uns bei den Antworten stört - es fehlt die Einheit mit der man die angegebenen Werte gemessen hat:

1500 m oder 1,5 m im ersten Fall und 550 € oder 4510 TL im zweiten Fall.

Eine **Größe** besteht immer aus einer Zahl - dem **Wert** - und einer **Einheit**.

Jede Größe hat ein Größensymbol, z. B. G , und die zugehörige Einheit besitzt ein Einheitensymbol, z. B. E .

Ist zusätzlich der Wert der Größe die Zahl 317, so schreiben wir

$$G = 317 E .$$

Wenn wir sagen wollen "die Größe G hat die Einheit E ", dann schreiben wir

$$[G] = E .$$

Beispiel 1. Wir stecken eine Strecke ab. Die Länge der Strecke nennen wir s (das Größensymbol). Mir messen in der Einheit cm , also

$$[s] = cm .$$

Außerdem messen wir den Zahlenwert 450 und erhalten damit

$$s = 450 cm .$$

Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm

E-Mail: mail@frank-klinker.de

Version: 30. August 2023

2 Erste Beispiele und Eigenschaften

Beispiel 2. 1. Als Beispiel nehmen wir die elektrische Spannung unseres Stromnetzes. Diese misst man in der Einheit V (Volt) und sie beträgt $220 V$. Hierbei ist 220 der Wert der Größe und V die Einheit.

2. Ein noch alltäglicheres Beispiel ist die Geldmenge. Diese misst man hier bei uns in € (Euro) und ct (Cent).

Z. B. $4\text{€} = 400 ct$: Hier sind 4 und 400 die jeweiligen Werte und € und ct die Einheiten

3. Weiter bekannte Größen mit denen wir uns im Alltag beschäftigen sind z. B.

- Die **Länge** hat z. B. die Einheit km (Kilometer), yd (Yard), m (Meter), dm (Dezimeter), in (Inch/Zoll), cm (Zentimeter), mm (Millimeter), μm (Mikrometer), nm (Nanometer), ly (Lichtjahr) oder pc (Parsec)
- Der **Geldbetrag** hat z. B. die Einheit € (Euro), ct (Cent), $\text{\$}$ (US-Dollar), TL (Türkische Lira) oder CHF (Schweizer Franken)
- Die **Masse** hat z. B. die Einheit t (Tonne), kg (Kilogramm), g (Gramm), mg (Milligramm) oder pg (Pikogramm)
- Die **Fläche** hat z. B. die Einheit km^2 (Quadratkilometer), ha (Hektar), a (Ar), m^2 (Meter), $sqft$ (Quadratfuß), dm^2 (Quadratdezimeter), cm^2 (Quadratcentimeter), mm^2 (Quadratmillimeter)
- Das **Volumen** hat z. B. die Einheit km^3 (Kubikkilometer), m^3 (Kubikmeter), hl (Hektoliter), dm^3 (Kubikdezimeter), ℓ (Liter), $cuin$ (Kubikzoll), cm^3 (Kubikcentimeter), ml (Milliliter) oder mm^3 (Kubikmillimeter)
- Die **Zeit** hat z. B. die Einheit s (Sekunde), min (Minute), h (Stunde) oder yr (Jahr)

Mit Hilfe dieser ersten Beispiele können wir bereits einige wichtige Eigenschaften von Größen erkennen:

Bemerkung 3 (Eigenschaften von Größen).

1. Eine Größe kann durch verschiedene Einheiten beschrieben werden. Einigt man sich auf eine Einheit, so reicht der Wert zur vollständigen Beschreibung der Größe.
2. Verschiedene Einheiten lassen sich mit Hilfe fester Umrechnungsfaktoren umrechnen.¹ Z. B.

$$1\text{€} = 8,2TL$$

$$1 h = 60 min$$

$$1 min = 60 s$$

¹Die Einheit der Geldmenge bildet hier eine Ausnahme, da ihr Umrechnungsfaktor (Kurs) von Schwankungen geprägt ist.

$$\begin{aligned}
1 h &= 3600 s \\
1 ft &= 0,3048 m \\
1 m &= \frac{1250}{381} ft \approx 3,2808 ft \\
1 sqft &= 0,09290304 m^2 \\
1 m^2 &= \frac{1562500}{145161} sqft \approx 10,7639 sqft \\
1 km &= 1000 m \\
1 m &= 100 cm \\
1 km &= 100000 cm \\
1 cm &= 0,00001 km
\end{aligned}$$

3. Die selbe Größe kann durch verschiedene Werte und Einheiten beschrieben werden. Z. B.

$$\begin{aligned}
550 \text{ €} &= 5410 TL \\
3 dm^3 &= 3 \ell \\
32 m &= 0,032 km \\
32 m &\approx 1259,8425 in \\
20 m^2 &\approx 215,2782 sqft
\end{aligned}$$

Zum Umrechnen verwendet man die Umrechnungsfaktoren wie in Punkt 2. Z. B.

$$\begin{aligned}
550 \text{ €} &= 550 \cdot 8,2 TL = 5410 TL \\
20 m^2 &= 20 \cdot \frac{1562500}{145161} sqft \approx 215,2782 sqft
\end{aligned}$$

4. Manche Größen lassen sich aus anderen zusammensetzen: Die Fläche ist das Produkt aus zwei Längen und das Volumen ist das Produkt aus drei Längen. Damit sind die Einheit auch zusammengesetzt, z. B.

$$\begin{aligned}
m^2 &= m \cdot m \\
dm^2 &= dm \cdot dm \\
mm^3 &= mm \cdot mm \cdot mm \\
dm^3 &= dm \cdot dm \cdot dm
\end{aligned}$$

5. Zusammengesetzte aber ständig benutzte (oder wichtige) Größen können eigene neue Einheiten bekommen. Z. B.

$$\begin{aligned}
1 \ell &= 1 dm^3 \\
1 N &= 1 \frac{kg m}{s^2}
\end{aligned}$$

6. Einige Einheiten lassen sich durch eine Vorsilbe (Präfix) systematisch "verkleinern" oder "vergrößern", z. B.

Systematisch meint hier, dass der Umrechnungsfaktor beim Umrechnen zugehöriger Größen immer eine feste Zehnerpotenz ist.

$$1 \text{ cm} = 0,1 \text{ dm}$$

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$$

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$1 \text{ ml} = 0,001 \text{ l}$$

$$1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$$

3 Rechnen mit Größen

Regeln zum Rechnen mit Größen (1)

- Man kann Größen addieren oder subtrahieren, wenn sie die gleichen Einheiten haben.
- Man kann Größen mit Zahlen multiplizieren und durch Zahlen teilen.

Beispiel 4.

$$1 \text{ €} + 3 \text{ €} = 4 \text{ €}$$

$$300 \text{ ct} - 50 \text{ ct} = 250 \text{ ct}$$

$$4 \text{ €} \cdot 7 = 28 \text{ €}$$

$$420 \text{ ct} : 21 = 20 \text{ ct}$$

$$23 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 21 \text{ cm}$$

$$4 \text{ mg} + 34 \text{ mg} = 38 \text{ mg}$$

$$80 \text{ m} : 10 = 8 \text{ m}$$

$$12 \text{ kg} \cdot 3 = 36 \text{ kg}$$

Wir können auch Größen mit unterschiedlichen Einheiten addieren und subtrahieren, wenn sie "zusammenpassen":

- Die Größen 2 kg und 4 m kann man nicht addieren oder subtrahieren, da sie nicht zusammenpassen: die eine beschreibt eine Masse und die andere eine Länge.
- Wir können die Geldbeträge 3 € und 25 ct zusammenrechnen und bekommen $3,25 \text{ €}$.
- Wir können von der Länge 2 m die Länge 50 cm abziehen und bekommen 150 cm .

Regeln zum Rechnen mit Größen (2)

Bevor wir zusammenpassende Größen addieren oder subtrahieren können, müssen wir sie zunächst auf die **gleiche Einheit** bringen.

Beispiel 5. • Wir haben im vorigen Beispiel 3 € und 25 ct zusammengerechnet und 3,25 € erhalten. Gerechnet haben wir so:

25 ct sind 0,25 €. Zusammen mit 3,00 € sind das 3,25 €
oder
3 € sind 300 ct. Zusammen mit 25 ct sind das 325 ct oder 3,25 €.

• Im gleichen Beispiel haben wir 50 cm von 2 m abgezogen und 150 cm erhalten. Eigentlich sind wir wie folgt vorgegangen:

50 cm sind 0,5 m. Ziehen wir das von 2,00 m ab, sind das 1,5 m
oder
2 m sind 200 cm. Abzüglich 50 cm sind das 150 cm oder 1,5 m.

Regeln zum Rechnen mit Größen (3)

Wir können zwei Größen miteinander multiplizieren oder dividieren.

Das Ergebnis ist eine neue Größe:

- ihr Wert ist das Produkt oder der Quotient der Werte der Ausgangsgrößen
- ihre Einheit ist zusammengesetzt aus den Einheiten der Ausgangsgrößen

Beispiel 6. 1. Das Produkt aus zwei Längen ist eine Fläche:

$$(4 m) \cdot (3 m) = 4 \cdot 3 m \cdot m = 12 m^2$$

2. Der Quotient aus einer Geldmenge und einer Fläche ist der Flächenpreis:

$$(240 \text{ €}) : (4 m^2) = \frac{240 \text{ €}}{4 m^2} = \frac{240}{4} \frac{\text{€}}{m^2} = 60 \frac{\text{€}}{m^2}$$

3. Die Geschwindigkeit ist der Quotient aus einer Länge und einer Zeit:

$$(20 m) : (4 s) = \frac{20 m}{4 s} = \frac{20}{4} \frac{m}{s} = 5 \frac{m}{s}$$

4. Die Niederschlagsmenge ist der Quotient aus Volumen und Fläche:

$$(20 \ell) : (1 m^2) = \frac{20}{1} \frac{\ell}{m^2} = 20 \frac{\ell}{m^2}$$

Nun wissen wir: $1 \ell = 1 dm^3 = 1 \cdot (100 mm)^3 = 1000000 mm^3$ und $1 m^2 = 1 \cdot (1000 mm)^2 = 1000000 mm^2$. Damit erhalten wir als Niederschlagsmenge

$$20 \frac{\ell}{m^2} = 20 \frac{dm^3}{m^2} = 20 \frac{\frac{1}{1000} m^3}{m^2} = 20 \cdot \frac{1}{1000} m = 20 mm$$

Das Beispiel 6.4 zeigt uns, dass man verschiedene Größen mit der gleichen Einheit beschreiben kann: dort die Länge und die Niederschlagsmenge.

4 Die Präfixe

Wir haben bereits gesehen und kennen es aus der Alltagssprache, dass wir Einheiten umrechnen können. Das tun wir etwa um Werte miteinander vergleichen zu können.

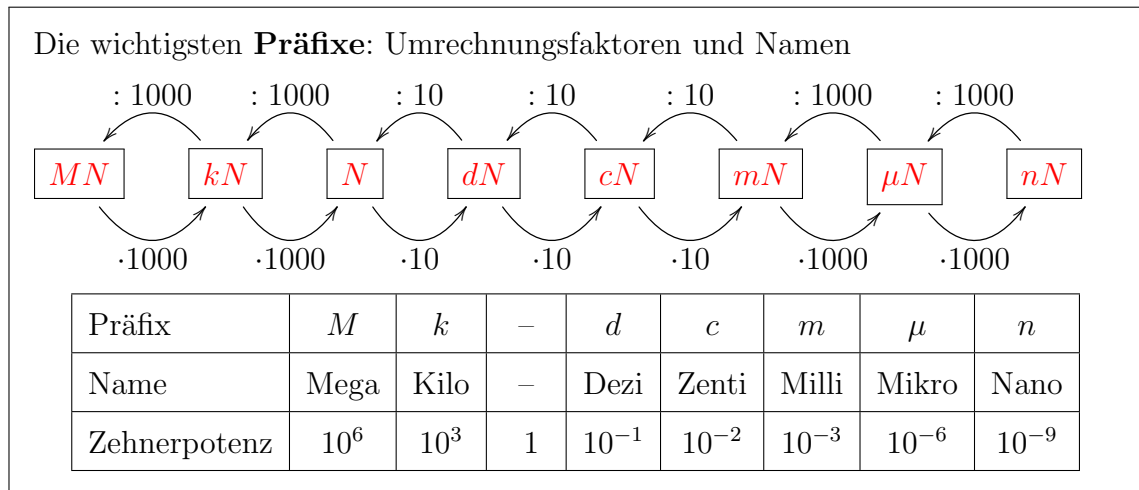
Wenn der Wert einer Größe sehr groß oder sehr klein ist, dann wählen wir oft eine "größere" oder "kleinere" Einheit, indem wir der Einheit eine Vorsilbe geben, z. B.

Statt 200000 cm sagen wir 2000 m oder 2 km

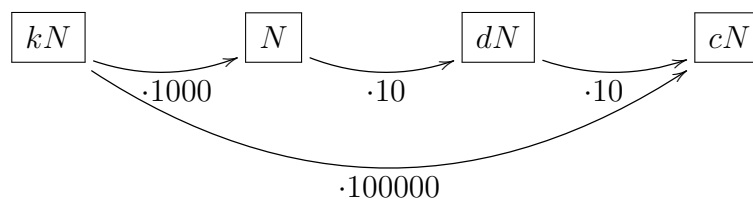
Statt 0,0000025 km sagen wir 0,0025 m oder 2,5 mm

Diese Vorsilben heißen **Präfixe** und man kann sie vor (fast) alle Einheiten setzen, die ein eigenes Symbol besitzen.

Die Umrechnung geschieht dann in Potenzen von 10 (durch Multiplikation oder Division). In der folgenden Skizze ist das für die Einheit N notiert, wobei diese aber durch jede andere ersetzt werden kann, z. B. m oder g



Beispiel 7 (Rechenhilfen). 1. Wenn man von kN in cN umrechnen will, dann kann man in einem Schritt mit $1000 \cdot 10 \cdot 10 = 100000$ multiplizieren, statt nacheinander mit 1000, dann mit 10 und dann nochmal mit 10:

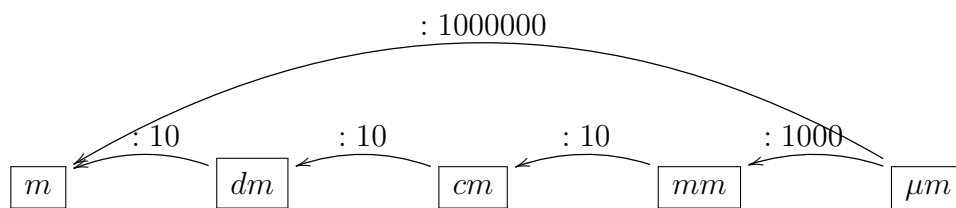


Z. B.

$$0,0004697 \, kN = 0,0004697 \cdot 100000 \, cN = 46,97 \, cN$$

2. Wenn man von μm in m umrechnen will, dann kann man in einem Schritt durch $1000 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000000$ teilen, statt nacheinander durch 1000, durch 10,

durch 10 und nochmal durch 10.



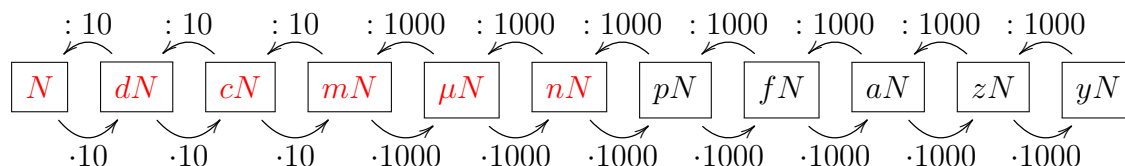
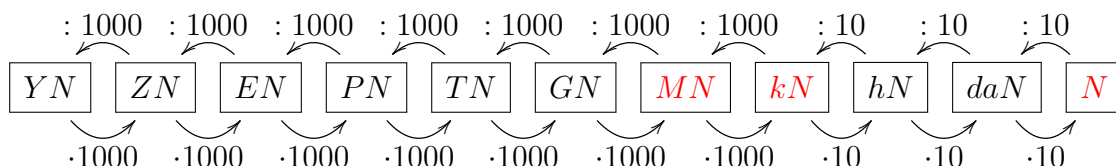
Z. B.

$$83500000 \mu m = 83500000 \cdot \frac{1}{1000000} m = 83,5 m$$

Hier sieht man ganz gut, dass sich die Exponentialschreibweise anbietet, wobei $83500000 = 8,35 \cdot 10^7$ und $\frac{1}{1000000} = \frac{1}{10^6} = 10^{-6}$:

$$8,35 \cdot 10^7 \mu m = 8,35 \cdot 10^7 \cdot 10^{-6} m = 8,35 \cdot 10^1 m = 83,5 m$$

Exkurs 8. Der Vollständigkeit halber führen wir hier noch weitere Präfixe auf. Zwei werden zwischen der Grundeinheit und dem Kilo eingefügt, alle anderen liefern weitere Vergrößerungen und Verkleinerungen:



| | | | | | | | | |
|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|----------|-----------|
| Präfix | <i>Y</i> | <i>Z</i> | <i>E</i> | <i>P</i> | <i>T</i> | <i>G</i> | <i>h</i> | <i>da</i> |
| Name | Yotta | Zetta | Exa | Peta | Tera | Giga | Hekto | Deka |
| Zehnerpotenz | 10^{24} | 10^{21} | 10^{18} | 10^{15} | 10^{12} | 10^9 | 10^2 | 10^1 |

| | | | | | | | | |
|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|--|--|--|
| Präfix | <i>p</i> | <i>f</i> | <i>a</i> | <i>z</i> | <i>y</i> | | | |
| Name | Piko | Femto | Atto | Zepto | Yokto | | | |
| Zehnerpotenz | 10^{-12} | 10^{-15} | 10^{-18} | 10^{-21} | 10^{-24} | | | |