Grundlagen: Mechanik von Flüssigkeiten

Teil 3: Anwendung des Schweredrucks – Auftrieb, kommunizierenden Gefäße

5 Der Auftrieb

Eine weitere Auswirkung des Schweredrucks ist der Auftrieb, der in vielen Bereichen des täglichen Lebens sichtbar und in der Technik vielfältig Anwendung findet.

Eine Eigenschaft, die man leicht beobachten kann, dass ein Gegenstand, den man ins Wasser taucht "leichter" wird, siehe Abb. 1a.

Abb. 1: Die Funktionsweise einer Hebebühne

Abbildung 1a: Scheinbare Gewichtsänderung

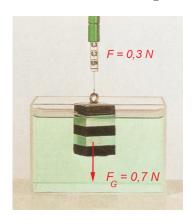
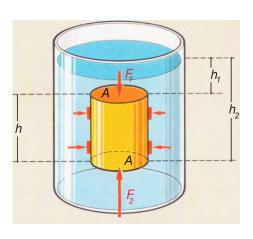


Abbildung 1b: Die Druckkräfte



Da der Gegenstand aber nicht wirklich an Masse verliert, muss es eine Kraft geben, die der Gewichtskraft des eingetauchten Gegenstandes entgegenwirkt. Dazu überlegen wir uns, welche Kräfte neben der Gewichtskraft noch an dem Körper angreifen.

Um die notwendigen Rechnungen zu vereinfachen, nutzen wir einen Zylinder als Eintauchgegenstand, siehe Abb. 1b.

Die eingezeichneten Kräfte sind Kräfte, die durch den Druck der Flüssigkeit auf den Zylinder ausgeübt werden. Alle zusammen liefern dann die gesuchte, sogenannte Auftriebskraft.

Wie groß die Kraft ist, die an einem Punkt der Zylinderoberfläche angreift, hängt wegen des Schweredrucks der Flüssigkeit nur davon ab, wie tief dieser Angriffspunkt Punkt unterhalb der Flüssigkeitsoberfläche liegt.

Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm

E-Mail: mail@frank-klinker.de Version: 15. November 2024 Zunächst machen wir die folgende wichtige Beobachtung:

Zu jedem Beitrag zur Kraft auf den seitlichen Zylindermantel gibt es eine gleichgroße auf der gegenüber liegenden Seite: dort ist der Schweredruck genauso groß.

Damit heben sich alle die Beiträge zur Kraft gegenseitig auf und es verbleiben die Kraft F_1 auf die Deckfläche und die Kraft F_2 die Bodenfläche. Diese ergeben sich zu

$$F_1 = p_1 A = \varrho g h_1 A$$
, $F_2 = p_2 A = \varrho g h_1 A$

 F_2 zeigt nach oben und F_1 zeigt nach unten. Außerdem ist der Betrag von F_2 größer als der von F_1 . Damit zeigt die resultierende Kraft nach oben und hat den Betrag

$$F_A = F_2 - F_1 = \varrho g h_2 A - \varrho g h_1 A = \varrho g (h_2 - h_1) A = \varrho g h A$$
.

Hierbei ist $h = h_2 - h_1$ die Höhe des Zylinders und damit V = hA sein Volumen.

Weiter ist $m_F = \varrho V = \varrho h A$ die Masse der Wassermenge, die das Volumen des Zylinders hat. Vergleichen wir nun F_A mit der Gewichtskraft

$$F_G = m_F g = \varrho h A g$$

dieser Wassermenge, so erhalten wir das Archimedische Prinzip:

Ein in eine Flüssigkeit getauchter Gegenstand erfährt eine **Auftriebskraft**, die der Gewichtskraft des Körpers entgegenwirkt.

Der Wert der Auftriebskraft entspricht der dem Wert der Gewichtskraft $m_F g$ der vom Körper verdrängten Flüssigkeit.

Bemerkung 5. 1. Die Auftriebskraft eine Körpers hängt nicht von der Eintauchtiefe ab.

2. Die Auftriebskraft eine Körpers hängt nicht von seiner Masse m_K ab, sondern nur von seinem Volumen:

Gleich große Körper erfahren die gleiche Auftriebskraft!

- 3. Umgangssprachlich nutzt man statt der hier definierten Auftriebskraft häufig die Resultierende aus Gewichtskraft und Auftriebskraft. Diese umgangssprachliche Variante hängt selbstverständlich von der Masse des Körpers ab.
 - * Ein Körper sinkt, schwebt oder steigt in einer Flüssigkeit auf, je nachdem, ob seine Gewichtskraft $F_G = m_K g$ größer als, genauso groß wie oder kleiner als die Auftriebskraft $F_A = m_F g$ ist.
 - * Besitzt der Körper die Dichte ϱ_K , so läuft das auf einen Vergleich mit der Dichte ϱ_F der Flüssigkeit hinaus, siehe Tabelle 1. Das folgt aus der folgenden kurzen Rechnung:

$$F_A - F_G = m_F g - m_K g = \rho_F V g - \rho_K V g = (\rho_F - \rho_K) V g$$

Tabelle 1: Sinken, Schweben, Aufsteigen eines vollständig eingetauchten Körpers

	Körper sinkt schwebt steigt auf		
	sinkt	schwebt	steigt auf
Kräftevergleich	$F_G > F_A$	$F_G = F_A$	$F_G < F_A$
Dichtevergleich	$\varrho_K > \varrho_F$	$\varrho_K = \varrho_F$	$\varrho_K < \varrho_F$

- Beispiel 6. Da ein Fisch, wie jedes Tier und auch der Mensch, eine Dichte hat, die in etwa der von Wasser entspricht, kann er schweben. Um aufzutauchen kann der Fisch mit Hilfe biophysikalischer Prozesse seine Schwimmblase mit Luft füllen ohne sein Gesamtvolumen zu ändern. Damit verringert er seine Dichte und kann aufsteigen, siehe Wikipedia: Schwimmblase.
- Das gleiche Prinzip verwenden U-Boote beim Tauchen: dabei ist die Schwimmblase durch Ballasttanks ersetzt und die biophysikalischen Prozesse werden durch die Nutzung von Drucklufttanks simuliert, siehe Wikipedia: U-Boot#Technik.

6 Dichtemessung mit Hilfe kommunizierender Gefäße

Mit Hilfe des Schweredrucks lässt sich ein Phänomen erklären, das im Zusammenhang mit verbundenen Gefäßen auftritt.

Werden mehrere offene Gefäße miteinander verbunden und mit einer Flüssigkeit gefüllt, so stellt sich ein Gleichgewicht ein, bei dem alle Gefäße gleich hoch gefüllt sind.

Das Phänomen findet man unter dem Begriff kommunizierende Gefäße oder kommunizierende Röhren.

Abb. 2: Kommunizierende Gefäße (Quelle, CC BY-NC-SA 3.0)



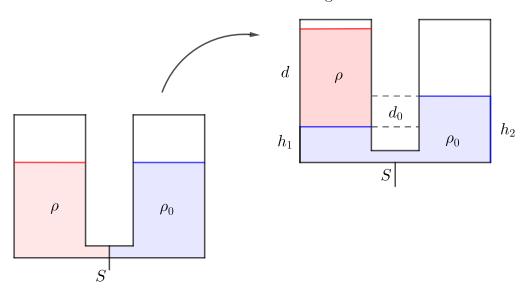
Zwei kommunizierende Gefäße können zur Dichtemessung von Flüssigkeiten genutzt werden.

Man verwendet dabei die Flüssigkeit, deren Dichte ϱ gesucht ist, und eine Referenzflüssigkeit, von der man die Dichte ϱ_0 bereits kennt, z. B. Wasser.

Die verbundenen Gefäße werden zunächst mit einem Schieber getrennt. Der eine Kolben wird mit der Referenzflüssigkeit gefüllt und der andere mit der zu untersuchenden Flüssigkeit, siehe Abb. 3 links.

Nachdem der Schieber S geöffnet wird, stellt sich die in Abb. 3 rechts skizzierte Endsituation ein.

Abb. 3: Dichtemessung 1



Im Gleichgewicht gilt dann $\varrho gd = \varrho_0 gd_0$ oder

$$\varrho = \varrho_0 \frac{d_0}{d} \, .$$

Aufgabe 1: Beschreiben Sie, was in diesem Versuch passiert.

Aufgabe~2: Leiten Sie die obige Formel her, indem Sie die Situation 3 rechts mit einer Hebebühne vergleichen. Nutzen Sie dazu, dass der rechte Kolben die Fläche A_0 und der rechte die Fläche A hat.

Wenn sich die zwei Flüssigkeiten nicht so leicht trennen lassen sondern sich nach Öffnen des Schiebers sofort mischen, ist der obige Versuch nicht nützlich. Man kann ihn jedoch etwas variieren.

7 Technische Anwendungen kommunizierender Gefäße

Wir listen hier einige Anwendungen auf mit dem Hinweis zur Eigenrecherche

- Siphon als Geruchsstopp am Abfluss eines Waschbeckens
- Abfluss eines wasserlosen Urinals
- Schleusen zur Höhenüberwindung in der Schifffahrt
- Saugheber, z. B. zum Abpumpen von Benzin aus einem Tank mit Hilfe eines Schlauchs
- Bewässerungssysteme mit Hilfe von offenen Leitungen
- Nivellierung mit Hilfe von Schlauchwaagen
- Wasserstandsanzeigen z. B. in Kaffeemaschinen
- Artesische Brunnen
- Düker
- Wasserspeicherung und -versorgung mit Hilfe von Wassertürmen
- Tiefenwasserableitung aus Seen (Olszewski-Rohr)
- "Trinkbecher zur Erziehung gieriger Menschen" (Pythagoreischer Becher)
- Dimensionierung von Staumauern in Abhängigkeit von der Stauseegröße