

Grundlagen: Mechanik von Flüssigkeiten
Teil 3: Kommunizierenden Gefäße, Auftrieb

5 Dichtemessung mit Hilfe kommunizierender Gefäße

Mit Hilfe des Schweredruckes lässt sich ein Phänomen erklären, das im Zusammenhang mit verbundenen Gefäßen auftritt.

Werden mehrere offene Gefäße miteinander verbunden und mit einer Flüssigkeit gefüllt, so stellt sich ein Gleichgewicht ein, bei dem alle Gefäße gleich hoch gefüllt sind, Abb. 1.

Das Phänomen findet man unter dem Begriff **kommunizierende Gefäße** oder **kommunizierende Röhren**.

Abb. 1: Kommunizierende Gefäße



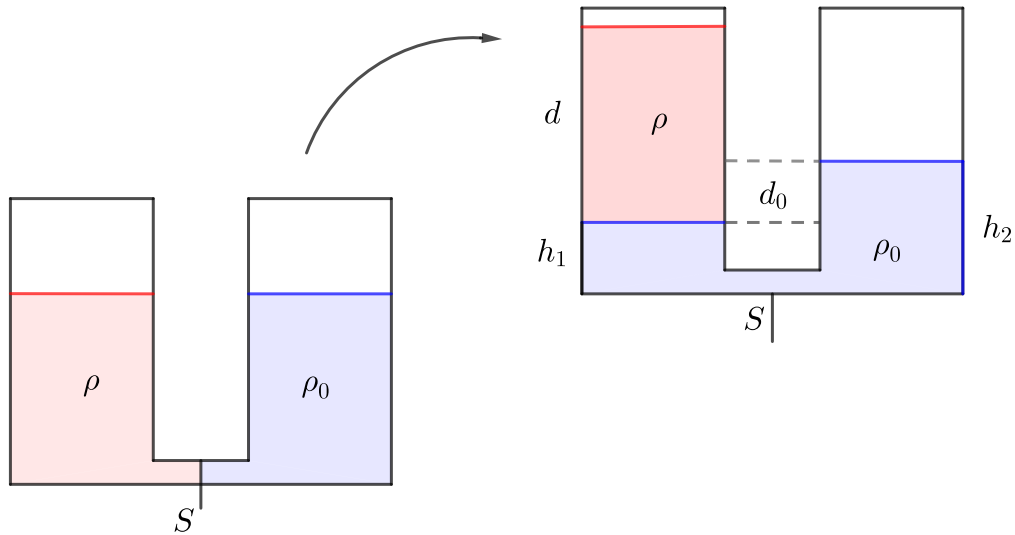
Zwei kommunizierende Gefäße können zur Dichtemessung von Flüssigkeiten genutzt werden.

Man verwendet dabei die Flüssigkeit, deren Dichte ρ gesucht ist, und eine Referenzflüssigkeit, von der man die Dichte ρ_0 kennen muss, z. B. Wasser.

Die verbundenen Gefäße werden zunächst mit einem Schieber getrennt. Der eine Kolben wird mit der Referenzflüssigkeit gefüllt und der andere mit der zu untersuchenden Flüssigkeit, siehe Abb. 2 links.

Nachdem der Schieber S geöffnet wird, stellt sich die in Abb. 2 rechts skizzierte Endsituation ein.

Abb. 2: Dichtemessung 1



Im Gleichgewicht gilt dann $\rho g d = \rho_0 g d_0$ oder

$$\rho = \rho_0 \frac{d_0}{d}.$$

Aufgabe 1: Beschreiben Sie, was bei diesem Versuch passiert.

Aufgabe 2: Leiten Sie die obige Formel her, indem Sie die Situation 2 rechts mit einer Hebebühne vergleichen. Nutzen Sie dazu, dass der rechte Kolben die Fläche A_0 und der rechte die Fläche A hat.

Wenn sich die zwei Flüssigkeiten nicht so leicht trennen lassen sondern sich nach öffnen des Schiebers sofort mischen, ist der obige Versuch nicht nützlich. Man kann ihn jedoch etwas variieren.

6 Technische Anwendungen kommunizierender Gefäße

Wir listen hier einige Anwendungen auf mit dem Hinweis zur Eigenrecherche

- Siphon als Geruchsstopp am Abfluss eines Waschbeckens
- Abfluss eines wasserlosen Urinals
- Schleusen zur Höhenüberwindung in der Schifffahrt
- Saugheber, z. B. zum Abpumpen von Benzin aus einem Tank mit Hilfe eines Schlauchs
- Bewässerungssysteme mit Hilfe von offenen Leitungen
- Nivellierung mit Hilfe von Schlauchwaagen
- Wasserstandsanzeigen z. B. in Kaffeemaschinen

- Artesische Brunnen
- Düker
- Wasserspeicherung und -versorgung mit Hilfe von Wassertürmen
- Tiefenwasserableitung aus Seen (Olszewski-Rohr)
- "Trinkbecher zur Erziehung gieriger Menschen" (Pythagoreischer Becher)
- Dimensionierung von Staumauern in Abhängigkeit von der Stauseegröße

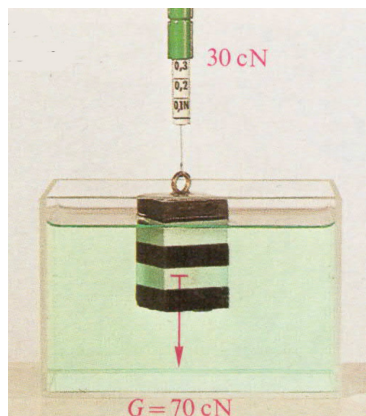
7 Der Auftrieb

Eine weitere Auswirkung des Schweredruckes ist der Auftrieb, der in vielen Bereichen des täglichen Lebens sichtbar und in der Technik vielfältig Anwendung findet.

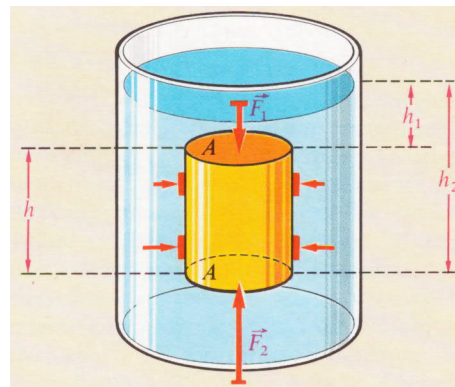
Eine Eigenschaft, die man leicht beobachten kann, dass ein Gegenstand, den man ins Wasser taucht "leichter" wird, siehe Abb. 3(i).

Abb. 3: Die Funktionsweise einer Hebebühne

(i) scheinbare Gewichtsänderung



(ii) Die Druckkräfte



Da der Gegenstand aber nicht wirklich an Masse verliert, muss es eine Kraft geben, die der Gewichtskraft des eingetauchten Gegenstandes entgegenwirkt. Dazu überlegen wir uns, welche Kräfte neben der Gewichtskraft noch an dem Körper angreifen.

Um die notwendigen Rechnungen zu vereinfachen, nutzen wir einen Zylinder als Eintauchgegenstand, siehe Abb. 3(ii).

Die eingezeichneten Kräfte sind Kräfte, die durch den Druck der Flüssigkeit auf den Zylinder ausgeübt werden. Alle zusammen liefern dann die gesuchte, sogenannte **Auftriebskraft**.

Wie groß die Kraft ist, die an einem Punkt der Zylinderoberfläche angreift, hängt wegen des Schweredruckes der Flüssigkeit nur davon ab, wie tief dieser Angriffspunkt unterhalb der Flüssigkeitsoberfläche liegt.

Zunächst machen wir die folgende wichtige Beobachtung:

Zu jedem Beitrag zur Kraft auf den seitlichen Zylindermantel gibt es eine gleichgroße auf der gegenüber liegenden Seite: dort ist der Schweredruck genauso groß.

Damit heben sich alle die Beiträge zur Kraft gegenseitig auf und es verbleiben die Kraft F_1 auf die Deckfläche und die Kraft F_2 die Bodenfläche. Diese ergeben sich zu

$$F_1 = p_1 A = \rho g h_1 A, \quad F_2 = p_2 A = \rho g h_2 A$$

F_2 zeigt nach oben und F_1 zeigt nach unten. Außerdem ist der Betrag von F_2 größer als der von F_1 . Damit zeigt die resultierende Kraft nach oben und hat den Betrag

$$F_A = F_2 - F_1 = \rho g h_2 A - \rho g h_1 A = \rho g (h_2 - h_1) A = \rho g h A.$$

Hierbei ist $h = h_2 - h_1$ die Höhe des Zylinders und damit $V = hA$ sein Volumen.

Weiter ist $m = \rho V = \rho h A$ die Masse einer Wassermenge, die das Volumen des Zylinders hat. Vergleichen wir nun F_A mit der Gewichtskraft

$$F_G = mg = \rho h A g$$

dieser Wassermenge, so erhalten wir das **Archimedische Prinzip**

Ein in eine Flüssigkeit getauchter Gegenstand erfährt eine **Auftriebskraft**, die der Gewichtskraft des Körpers entgegenwirkt.

Der Betrag der Auftriebskraft entspricht der Gewichtskraft des vom Körper verdrängten Wassers.

Bemerkung 5. 1. Die Auftriebskraft eines Körpers hängt nicht von der Eintauchtiefe ab.

2. Die Auftriebskraft eines Körpers hängt nicht von seiner Masse, sondern nur von seinem Volumen ab: gleich große Körper erfahren die gleiche Auftriebskraft.

3. Umgangssprachlich nutzt man statt der hier definierten Auftriebskraft häufig die Resultierende aus Gewichtskraft und Auftriebskraft. Diese umgangssprachliche Variante hängt selbstverständlich von der Masse des Körpers ab.

Ein Körper sinkt, schwebt oder steigt in einer Flüssigkeit auf, je nachdem, ob seine Gewichtskraft grösser, genauso groß, oder kleiner als die Auftriebskraft ist.

Besitzt der Körper eine homogene Dichte ρ_K , so läuft das auf einen Vergleich mit der Dichte ρ_F der Flüssigkeit hinaus.

Tabelle 1: Sinken, Schweben, Aufsteigen

	sinkt	schwebt	steigt auf
Kräftevergleich am vollständig eingetauchten Körper	$F_G > F_A$	$F_G = F_A$	$F_G < F_A$
Dichtevergleich	$\varrho_K > \varrho_F$	$\varrho_K = \varrho_F$	$\varrho_K < \varrho_F$

Beispiel 6. • Da ein Fisch, wie jedes Tier und auch der Mensch, eine Dichte hat, die in etwa der von Wasser entspricht, kann er schweben. Um aufzutauchen kann der Fisch mit Hilfe biophysikalischer Prozesse seine Schwimmblase mit Luft füllen ohne sein Gesamtvolumen zu ändern. Damit verringert er seine Dichte und kann aufsteigen, siehe [Wikipedia: Schwimmblase](#).

- Das gleiche Prinzip verwenden U-Boote beim Tauchen: dabei ist die Schwimmblase durch Ballasttanks ersetzt und die biophysikalischen Prozesse werden durch die Nutzung von Drucklufttanks simuliert, siehe [Wikipedia: U-Boot#Technik](#).