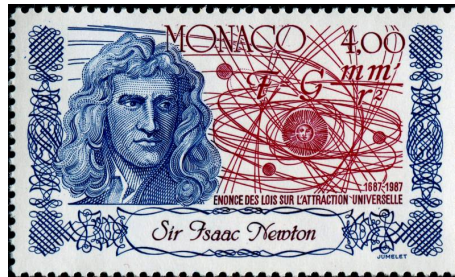


Grundlagen: Kraft - Teil 2

Die Newtonschen Axiome



5 Die Newtonschen Axiome

Wir machen folgende Beobachtungen

- a) Ein Körper wird in Bewegung versetzt, wenn auf ihn eine Kraft wirkt. Genauer: ..., wenn sich die auf ihn wirkenden Kräfte nicht gegenseitig aufheben, also an ihm kein Kräftegleichgewicht herrscht.
Umgekehrt gilt ebenfalls: Befindet sich ein ruhender Körper in einem Kräftegleichgewicht, so bewegt er sich nicht.
- b) Eine genauere Betrachtung zeigt: Möchten wir die Bewegung eines Körpers nicht ändern, z. B. nicht weiter beschleunigen, so erreichen wir das, indem wir keine weitere Kraft ausüben.
- c) Üben wir auf einen Körper eine Kraft aus, so bewegt er sich immer schneller; das heißt, er wird beschleunigt.
- d) Ist ein Körper schwerer als ein weiterer, so müssen wir auf den ersten für die gleiche Geschwindigkeitsänderung mehr Kraft aufwenden.
- e) Übt ein Körper auf einen gleichen eine Kraft aus, so deformieren sich beide auf die gleiche Art.

Untersuchen wir die obigen Aussagen genauer, so erhalten wir die **drei Newtonschen Axiome** (auch Newtonschen Gesetze):

Erstes Newtonsches Axiom:

Wenn an einem Körper ein Kräftegleichgewicht herrscht, so ändert er seinen Bewegungszustand nicht, d.h er bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit in eine feste Richtung.

Zweites Newtonsches Axiom:

Kraft gleich Masse mal Beschleunigung:

$$F = m \cdot a$$

Drittes Newtonsches Axiom:

Übt ein Körper A auf einen zweiten Körper B eine Kraft $F_{A \curvearrowright B}$ aus, so übt Körper B auf Körper A eine gleich große Gegenkraft $F_{B \curvearrowleft A}$ aus, die der ersten entgegenwirkt:

$$\vec{F}_{A \curvearrowright B} = -\vec{F}_{B \curvearrowleft A}$$

6 Anwendung: Funktionsweise einer einfachen Personenwaage

Eine typische Personenwaage funktioniert typischerweise nach dem folgenden Prinzip:

- 1) Eine Person der Masse m stellt sich auf die Waage
- 2) Die Waage misst die auf sie ausgeübte Kraft, nämlich die Gewichtskraft F_G .
- 3) Die Waage 'weiß', dass sich die Gewichtskraft gemäß $F_G = m \cdot g$ berechnet und bestimmt die Masse dann durch

$$m = \frac{F_G}{g}$$

Bemerkung 1. Es gibt Effekte, die auf der Waage zu Fehlmessungen führen können.

- Wegen Punkt 2) misst die Waage falsch, wenn die Person sich an einem Seil ein wenig nach oben zieht. Dann wirkt eine Kraft F nach oben und die Gewichtskraft verringert sich um diese. Die Waage misst dann die Kraft $F_G - F$ und das angezeigte Gewicht verringert sich zu

$$m_{\text{angez.}} = \frac{F_G - F}{g}.$$

Wegen des zweiten Newtonschen Axioms, gibt es eine Beschleunigung a nach oben, sodass $F = ma$ die Kraft beschreibt, die die Person nach oben zieht. Damit ist

$$m_{\text{angez.}} = \frac{F_G - F}{g} = \frac{F_G}{g} - \frac{ma}{g} = m - m \frac{a}{g}.$$

- Ebenso misst die Waage falsch, wenn die Person sich abstützt und somit eine zusätzliche Kraft F auf die Waage ausübt. Diese zeigt dann in Richtung der Gewichtskraft und das angezeigte Gewicht erhöht sich zu

$$m_{\text{angez.}} = \frac{F_G + F}{g}.$$

Auch diese Kraft entspricht einer Beschleunigung $F = ma$, diesmal jedoch nach unten. Damit ist analog zu vorher

$$m_{\text{angez.}} = m + m \frac{a}{g}.$$

Diese zusätzlichen Beschleunigungen a können auch von außen wirken: So zeigt die Waage bei der Gewichtsmessung in einem Aufzug je nach Fahrphase unterschiedliche Werte an.

7 Anwendung: Ein Wagen auf der Luftkissenbahn

8 Anwendung: Die Atwoodsche Fallmaschine

Wollen wir Fallversuche durchführen, dann besteht ein Problem bei notwendigen Messungen darin, dass die Erdbeschleunigung g recht groß ist. Wünschenswert wäre daher eine Bewegung mit kleiner konstanter Beschleunigung.

Ein Versuch dazu wird durch die **Atwoodsche Fallmaschine**^(a) realisiert. Bei ihr wird ein Seil über eine Rolle geführt und an beiden Enden werden Gewichte gehängt, hier M und $M + m$. Dann wirkt auf die Seite mit dem größeren Gewicht eine abwärts gerichtete resultierende Kraft $F_{\text{res}} = mg$, siehe dazu auch die Abbildung unten.

Dies ist nun die Kraft, welche das System, das aus M und $M + m$ besteht, beschleunigt. Damit gilt wegen des zweiten Newtonschen Axioms

$$F_{\text{res}} = (2M + m)a.$$

Mit F_{res} von oben ist das

$$a = \frac{m}{2M + m} \cdot g.$$

^(a)George Atwood (1745-1807)

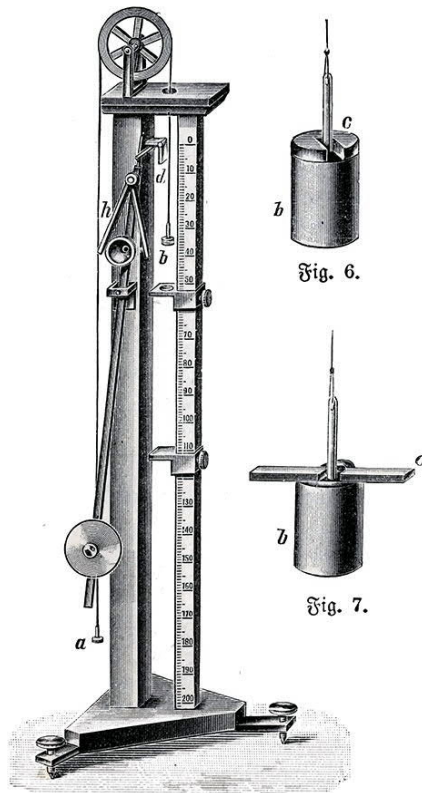
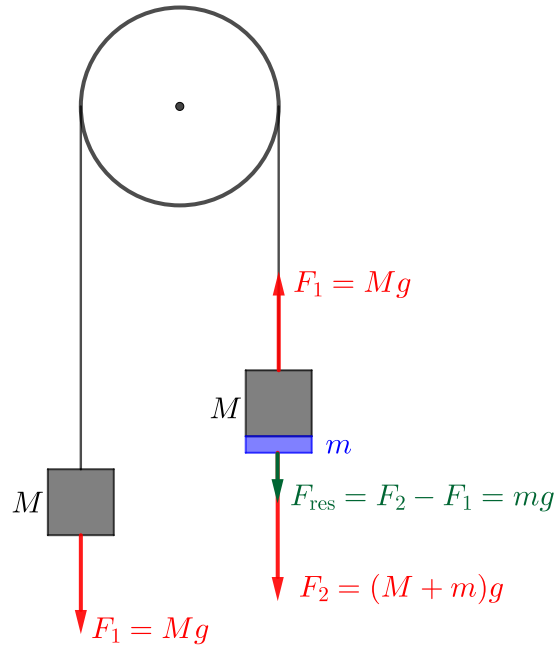


Fig. 5.
Atwoodsche Fallmaschine



Bemerkung 2. 1. Ist $m = 0$, so ist $a = 0$, und das System ist im Gleichgewicht.

2. Wählt man $m = M$, so ist $a = \frac{g}{3}$.

3. Ist $m \gg M$ sodass $\frac{M}{m} \approx 0$, dann folgt $a = \frac{m}{2M+m} \cdot g = \frac{1}{2\frac{M}{m}+1} \cdot g \approx \frac{1}{0+1} \cdot g = g$.

4. Soll die Beschleunigung a genau $p\%$ der Erdbeschleunigung sein, so muss die kleinere Masse m entsprechend $\frac{200p}{100-p}\%$ der großen Masse M gewählt werden.

Für $33,3\%$ der Erdbeschleunigung bräuchte man also 100% , d. h. $m = M$, siehe auch 2.

5. Ist die Beschleunigung a bekannt, dann verhalten sich die Massen einer Atwoodschen Fallmaschine wie

$$m = \frac{2a}{g - a} M.$$