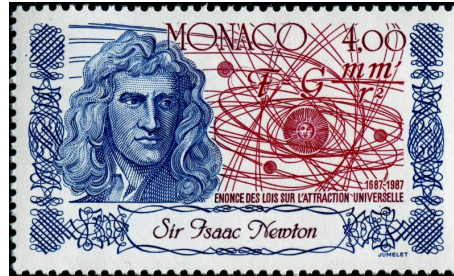


## Grundlagen: Kraft

### Teil 3: Die Newtonschen Axiome

---



## 1 Die Newtonschen Axiome

Wir machen folgende Beobachtungen

- a) Ein Körper wird in Bewegung versetzt, wenn auf ihn eine Kraft wirkt. Genauer: ..., wenn sich die auf ihn wirkenden Kräfte nicht gegenseitig aufheben, also an ihm kein Kräftegleichgewicht herrscht.  
Umgekehrt gilt ebenfalls: Befindet sich ein ruhender Körper in einem Kräftegleichgewicht, so bewegt er sich nicht.
- b) Eine genauere Betrachtung zeigt: Möchten wir die Bewegung eines Körpers nicht ändern, z. B. nicht weiter beschleunigen, so erreichen wir das, indem wir keine weitere Kraft ausüben.
- c) Üben wir auf einen Körper eine Kraft aus, so bewegt er sich immer schneller; das heißt, er wird beschleunigt.
- d) Ist ein Körper schwerer als ein weiterer, so müssen wir auf den ersten für die gleiche Geschwindigkeitsänderung mehr Kraft aufwenden.
- e) Übt ein Körper auf einen gleichen eine Kraft aus, so deformieren sich beide auf die gleiche Art.

Untersuchen wir die obigen Aussagen genauer, so erhalten wir die **drei Newtonschen Axiome** (auch Newtonschen Gesetze):

---

*Adresse:* Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm

*E-Mail:* [mail@frank-klinker.de](mailto:mail@frank-klinker.de)

*Version:* 22. März 2024

**Erstes Newtonsches Axiom:**

Wenn an einem Körper ein Kräftegleichgewicht herrscht, so ändert er seinen Bewegungszustand nicht, das heißt, er bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit in eine feste Richtung.

**Zweites Newtonsches Axiom:**

Kraft gleich Masse mal Beschleunigung:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

**Drittes Newtonsches Axiom:**

Übt ein Körper  $A$  auf einen zweiten Körper  $B$  eine Kraft  $F_{A \curvearrowright B}$  aus, so übt Körper  $B$  auf Körper  $A$  eine gleich große Kraft  $F_{B \curvearrowright A}$  aus, die der ersten entgegenwirkt:

$$\vec{F}_{A \curvearrowright B} = -\vec{F}_{B \curvearrowright A}$$

Man spricht dann auch von Kraft und Gegenkraft.

## 2 Funktionsweise einer einfachen Personenwaage

Eine typische Personenwaage funktioniert typischerweise nach dem folgenden Prinzip:

- 1) Eine Person der Masse  $m$  stellt sich auf die Waage
- 2) Die Waage misst die auf sie ausgeübte Kraft, nämlich die Gewichtskraft  $F_G$ .
- 3) Die Waage 'weiß', dass sich die Gewichtskraft gemäß  $F_G = m \cdot g$  berechnet und bestimmt die Masse dann durch

$$m = \frac{F_G}{g}$$

**Bemerkung 1.** Es gibt Effekte, die auf der Waage zu Fehlmessungen führen können.

- Wegen Punkt 2) misst die Waage falsch, wenn die Person sich an einem Seil ein wenig nach oben zieht. Dann wirkt eine Kraft  $F$  nach oben und die Gewichtskraft verringert sich um diese. Die Waage misst dann die Kraft  $F_G - F$  und das angezeigte Gewicht verringert sich zu

$$m_{\text{angez.}} = \frac{F_G - F}{g}.$$

Wegen des zweiten Newtonschen Axioms, gibt es eine Beschleunigung  $a$  nach oben, sodass  $F = ma$  die Kraft beschreibt, die die Person nach oben zieht. Damit ist

$$m_{\text{angez.}} = \frac{F_G - F}{g} = \frac{F_G}{g} - \frac{ma}{g} = m - m \frac{a}{g}.$$

- Ebenso misst die Waage falsch, wenn die Person sich abstützt und somit eine zusätzliche Kraft  $F$  auf die Waage ausübt. Diese zeigt dann in Richtung der Gewichtskraft und das angezeigte Gewicht erhöht sich zu

$$m_{\text{angez.}} = \frac{F_G + F}{g}.$$

Auch diese Kraft entspricht einer Beschleunigung  $F = ma$ , diesmal jedoch nach unten. Damit ist analog zu vorher

$$m_{\text{angez.}} = m + m \frac{a}{g}.$$

Diese zusätzlichen Beschleunigungen  $a$  können auch von außen wirken: So zeigt die Waage bei der Gewichtsmessung in einem Aufzug je nach Fahrphase unterschiedliche Werte an.

### 3 Die Atwoodsche Fallmaschine

#### 3.1 Die Fallmaschine

Wollen wir Fallversuche durchführen, dann besteht ein Problem bei notwendigen Messungen darin, dass die Erdbeschleunigung  $g$  recht groß ist. Wünschenswert wäre daher eine Bewegung mit kleiner konstanter Beschleunigung.

Ein Versuch dazu wird durch die **Atwoodsche Fallmaschine**<sup>1</sup> realisiert. Bei ihr wird ein Seil über eine Rolle geführt und an beiden Enden werden Gewichte gehängt, hier  $M$  und  $M+m$ . Dann wirkt auf die Seite mit dem größeren Gewicht eine abwärts gerichtete resultierende Kraft  $F_{\text{res}} = mg$ , siehe dazu auch die Abbildung unten.

Dies ist nun die Kraft, welche das System, das aus  $M_1 = M$  und  $M_2 = M + m$  besteht, beschleunigt. Damit gilt wegen des zweiten Newtonschen Axioms

$$F_{\text{res}} = (M_1 + M_2)a = (2M + m)a.$$

Mit dem Wert für  $F_{\text{res}}$  von oben ist das

$$a = \frac{M_2 - M_1}{M_2 + M_1} \cdot g = \frac{m}{2M + m} \cdot g.$$

---

<sup>1</sup>George Atwood (1745-1807)

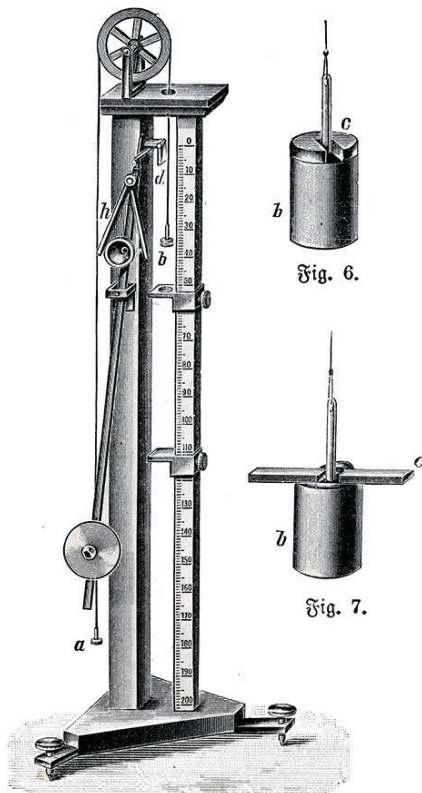
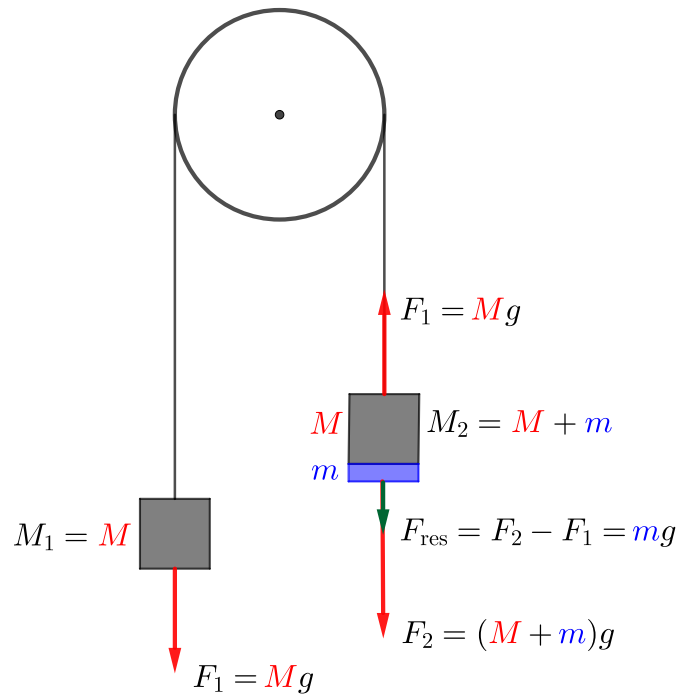


Fig. 5.  
Atwood'sche Fallmaschine



**Bemerkung 2.** 1. Ist  $m = 0$  (also  $M_1 = M_2$ ), so ist  $a = 0$ , und das System ist im Gleichgewicht.

2. Wählt man  $m = M$  (also  $M_2 = 2M_1$ ), so ist  $a = \frac{1}{3}g$ .

3. Ist  $m \gg M$  (also  $M_2 \gg M_1$ ), dann ist  $\frac{M}{m} \approx 0$ . Für die Beschleunigung bedeutet das  $a = \frac{m}{2M+m} \cdot g = \frac{1}{2\frac{M}{m}+1} \cdot g \approx \frac{1}{0+1} \cdot g = g$ .

4. Ist die Beschleunigung  $a$  bekannt, dann verhalten sich die Massen einer Atwoodschen Fallmaschine wie

$$m = \frac{2a}{g-a} M \quad \text{oder} \quad M_2 = \frac{g+a}{g-a} M_1.$$

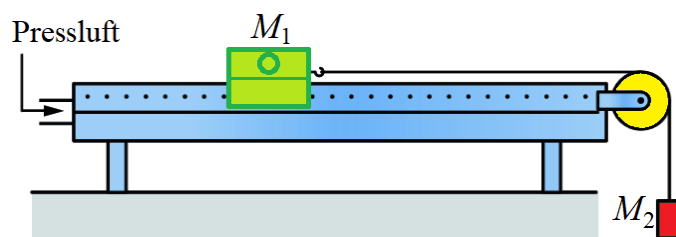
5. Soll die Beschleunigung  $a$  genau  $p\%$  der Erdbeschleunigung sein, so muss die Masse  $m$  entsprechend  $\frac{200p}{100-p}\%$  der Masse  $M$  gewählt werden, also

$$m = \frac{2p}{100-p} M \quad \text{oder} \quad M_2 = \frac{100+p}{100-p} M_1$$

Für  $p = 33,3\%$  der Erdbeschleunigung bräuchte man also  $100\%$ , d. h.  $m = M$  (oder  $M_2 = 2M_1$ ), siehe 2.

### 3.2 Anwendung: Konstante Beschleunigung auf der Luftkissenbahn

Das Prinzip der Atwoodschen Fallmaschine kann man nun nutzen um einen Wagen auf einer Bahn konstanten zu beschleunigen. Dazu verbindet man wie in der Skizze einen Wagen mit der Masse  $M_1$  über eine Umlenkrolle mit einem Fallgewicht  $M_2$ .



Mit den Überlegungen zur Fallmaschine ist die Beschleunigung des Wagens

$$a = \begin{cases} \frac{M_2 - M_1}{M_2 + M_1} \cdot g & \text{falls } M_2 \geq M_1 \\ 0 & \text{falls } M_2 < M_1 \end{cases}$$

Für  $p\%$  der Erdbeschleunigung müsste man  $M_2$  gemäß

$$M_2 = \frac{100 + p}{100 - p} M_1$$

wählen.