

Grundlagen: Gleichförmige Kreisbewegungen

Teil 2: Die Scheinkräfte der Drehbewegung

3 Die Zentrifugalkraft als Scheinkraft

3.1 Vorbemerkungen

Bis jetzt haben wir Kreisbewegungen lediglich von außen betrachtet, indem wir uns angesehen haben, wie ein Körper sich auf einer Kreisbahn verhält.

In vielen Anwendungen ist der Beobachter jedoch selber Teil der Kreisbewegung. Nehmen wir deshalb den Standpunkt eines sich im Kreis bewegenden Beobachters in einem abgeschlossenen Karussell ein. Lehnt dieser an die Wand des Karussells, so sieht er seine äußere Bewegung nicht: er hat das Gefühl, dass er stillsteht. Dennoch hat er gleichzeitig das Gefühl, dass auf ihn eine Kraft wirkt, die ihn nach außen gegen die Wand drückt.

Diese Kraft, die auf ihn wirkt ist eine **Scheinkraft** oder **Trägheitskraft**. Ihre Ursache liegt darin, dass das System, in dem er stillsteht, selbst wegen der Drehbewegung beschleunigt wird¹. Auf einer sich drehenden Scheibe bewirkt diese Scheinkraft, dass man nach außen getrieben wird.

Der Begriff Scheinkraft basiert darauf, dass für den im System stillstehenden Beobachter keine Ursache für die Kraft erkennbar ist².

3.2 Zentrifugalkraft und Zentrifugalbeschleunigung

Das Konzept der Scheinkräfte ist bereits bei Systemen mit konstanter Kreisfrequenz derart komplex, dass wir uns hier auf die Situation beschränken werden, wo der mitreisende Beobachter im rotierenden System stillsteht.

In diesem Fall wirkt auf den Beobachter lediglich die **Zentrifugalkraft** (ein anderer Name ist auch **Fliehkraft**):

Adresse: Eduard-Spranger-Berufskolleg, 59067 Hamm
E-Mail: mail@frank-klinker.de

¹Ein ähnliches Phänomen kennt man aus der Bewegung in einem Auto, das geradeaus fährt. Fährt dies mit konstanter Geschwindigkeit, dann bemerkt man die Bewegung des Autos nicht. Erst wenn das Auto beschleunigt, dann wird man durch eine Kraft in den Sitz gedrückt, obwohl man im Auto stillsteht. Diese Kraft ist ebenfalls ein Resultat der Beschleunigung des Systems, in dem man sich befindet, nämlich des Autos.

²Der Begriff Trägheitskraft basiert darauf, dass für einen äußeren Beobachter, die Trägheit des Autoreisenden sich gegen das Beschleunigen des Autos "wehrt".

Bewegt sich ein Beobachter in einem rotierenden Bezugssystem relativ zu diesem nicht, so wirkt auf ihn die **Zentrifugalkraft** \vec{F}_{ZF} mit zugehöriger **Zentrifugalbeschleunigung** a_{FZ} .

Die Zentrifugalkraft entspricht vom Betrag der Zentripetalkraft und zeigt in entgegengesetzte Richtung.

D. h. befindet sich der Beobachter in einer Entfernung r vom Zentrum der Drehung und ist ω die Kreisfrequenz des rotierenden Systems, dann ist

$$\vec{F}_{ZF} = -\vec{F}_Z \quad \text{und} \quad \vec{a}_{ZF} = -\vec{a}_Z,$$

also

$$F_{ZF} = m\omega^2 r \quad \text{und} \quad a_{FZ} = \omega^2 r.$$

Bemerkung 1. **Achtung!**

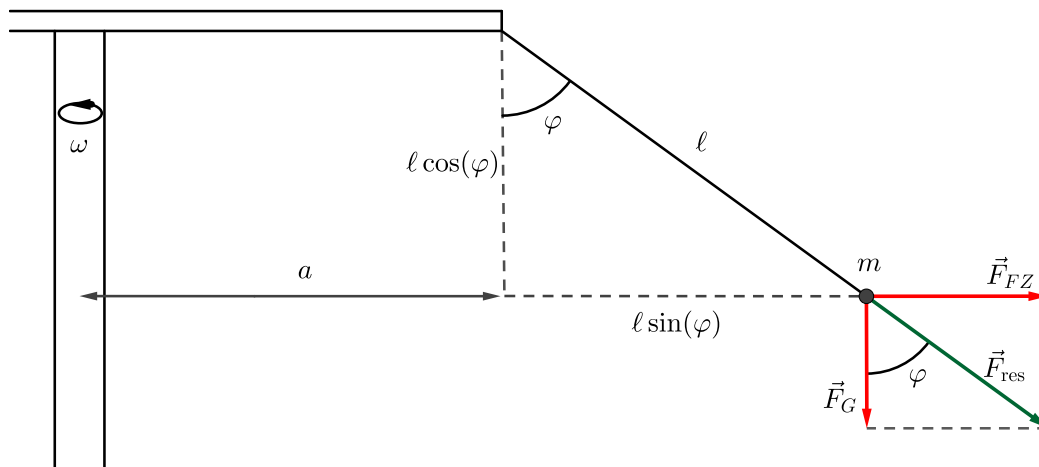
Auch wenn die Zentrifugalkraft den gleichen Betrag und die entgegengesetzte Richtung besitzt wie die Zentripetalkraft, so kann man hier nicht von Gegenkraft im Sinne von Newton III sprechen.

In dessen Formulierung ist stets von zwei Körpern die Rede, die eine gegenseitige Kraft aufeinander ausüben. Dies ist im Fall des hier behandelten Kräftepaars nicht der Fall. Die Newtonschen Axiome sind für Inertialsysteme formuliert, das sind Bezugssysteme, die stillstehen oder sich gleichförmig bewegen, also nicht beschleunigt sind!

3.3 Anwendung 1: Das Kettenkarussell

Ein Kettenkarussell dreht sich einer konstanten Kreisfrequenz ω . Dann wird auf jede Person die Zentrifugalkraft wirken und eine Bewegung nach außen verursachen. Dadurch wird die Person gleichzeitig angehoben, bis sich das in der Abb. 1 eingezeichnete Gleichgewicht einstellt. In dieser Situation heben sich die Seilkraft und die resultierende Kraft \vec{F}_{res} gegenseitig auf.

Abbildung 1: Gleichgewicht am Kettenkarussell



In dieser Gleichgewichtssituation liest man nun die folgenden Formeln ab:

$$\left. \begin{aligned} F_{ZF} &= m\omega^2(a + \ell \sin(\varphi)) \\ F_{ZF} &= F_G \tan(\varphi) = mg \tan(\varphi) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{\omega^2 = \frac{g \tan(\varphi)}{a + \ell \sin(\varphi)}}$$

Folgerungen:

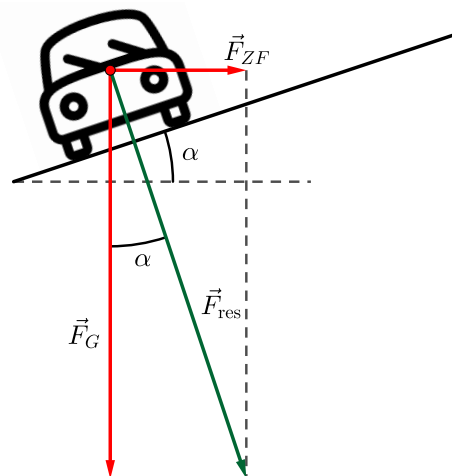
- Die eingerahmte zentrale Gleichung verbindet die Geometrie des Karussells und seine Kreisfrequenz mit dem Auslenkwinkel.
- Die Auslenkung ist unabhängig vom Gewicht der Person, die mit dem Karussell fährt.
- Zu vorgegebenem Winkel lässt sich die Kreisfrequenz berechnen und damit auch Frequenz, Umlaufzeit und Bahngeschwindigkeit.
- Umgekehrt lässt sich zu vorgegebener Kreisfrequenz der Auslenkwinkel berechnen.³
- Mit Hilfe des Auslenkwinkels lässt sich die Seilkraft berechnen. Diese entspricht der resultierenden Kraft, also $F_{\text{Seil}} = F_{\text{res}} = \frac{F_G}{\cos(\varphi)} = \frac{mg}{\cos(\varphi)}$.
- Ist die Seilkraft gegeben, dann lässt sich damit der Auslenkwinkel sehr einfach bestimmen.

Beispiel 2. Wir sehen uns den Fall $a = 0$ an, bei dem alle Seile direkt an der Drehachse befestigt sind. Dann ist $\omega^2 = \frac{g}{\ell \cos(\varphi)}$ oder $\cos(\varphi) = \frac{g}{\ell \omega^2}$. In dieser speziellen Situation ist die Seilkraft $F_{\text{Seil}} = \frac{mg}{\cos(\varphi)} = m\ell \omega^2$.

3.4 Anwendung 2: Die geneigte Kurvenfahrt

Eine Auto durchfährt eine Kurve mit dem Radius r . Nehmen wir an, dass die Reibung in Querrichtung zwischen Auto und Straße vernachlässigbar ist. Dabei wirkt die Zentrifugalkraft auf das Auto, die dieses aus der Kurve trägt. Diese Kraft ist abhängig von der Geschwindigkeit des Autos und seiner Masse. Um diesen Effekt aufzufangen, wird die Straße in Querrichtung geneigt. Wenn jetzt die Gleichgewichtssituation aus Abb. 2 vorliegt, dann wirkt lediglich eine Kraft senkrecht zur Straße und der Wagen bleibt in der Spur.

Abbildung 2: Gleichgewicht in der Kurvenfahrt



³Da man die Gleichung nicht explizit nach φ auflösen kann, muss man hier mit Näherungsmethoden arbeiten.

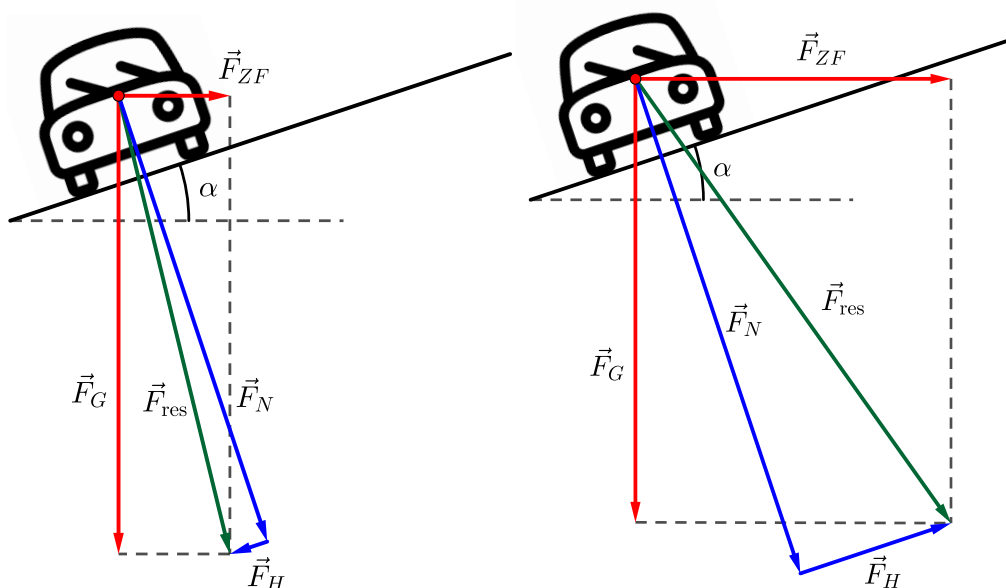
In dieser Gleichgewichtssituation gelten folgende Identitäten:

$$\left. \begin{aligned} F_{ZF} &= \frac{mv^2}{r} \\ F_{ZF} &= F_G \tan(\alpha) = mg \tan(\alpha) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{v^2 = gr \tan(\alpha)}$$

Folgerungen:

- Die eingerahmte zentrale Gleichung verbindet den Kurvenradius, die Geschwindigkeit des Autos und den Neigungswinkel der Straße.
- Der Neigungswinkel ist unabhängig vom Gewicht des Wagens.
- Zu vorgegebenem Winkel lässt sich die Geschwindigkeit des Wagens berechnen, für die das Gleichgewicht eintritt.
- Umgekehrt lässt sich zu vorgegebener Geschwindigkeit der für das Gleichgewicht notwendige Neigungswinkel berechnen.
- Ist bei gegebenem Winkel α die Geschwindigkeit v zu klein, dann besitzt \vec{F}_{res} eine Komponente \vec{F}_H in Querrichtung, die hangabwärts zeigt. In diesem Fall rutscht der Wagen nach unten in die Kurve, siehe Abb. 3 (links).
- Ist bei gegebenem Winkel α die Geschwindigkeit v zu groß, dann besitzt \vec{F}_{res} ebenfalls eine Komponente \vec{F}_H in Querrichtung, die jedoch hangaufwärts zeigt. In diesem Fall wird der Wagen nach oben aus der Kurve getragen, siehe Abb. 3 (rechts).

Abbildung 3: Kurvenfahrt ohne Gleichgewicht



4 Weitere Scheinkräfte im Zusammenhang mit Drehbewegungen

Neben der Zentrifugalkraft gibt es noch zwei weitere Scheinkräfte im Zusammenhang mit Drehbewegungen.

Die erste ist die **Eulerkraft** und tritt nur auf, wenn die Drehbewegung beschleunigt wird, das heißt, wenn ω nicht konstant ist. Diese soll uns im Weiteren nicht interessieren.

Die zweite ist die **Corioliskraft** und tritt in rotierenden Bezugssystemen auf, wenn der mitreisende Beobachter sich in diesem System bewegt.

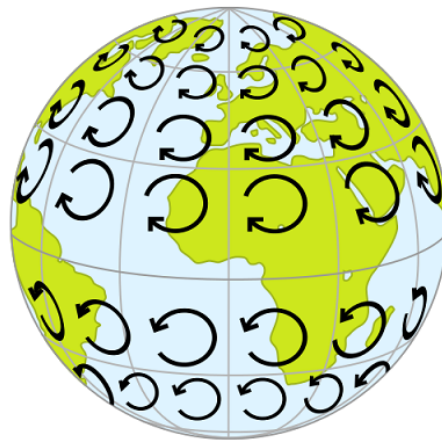
Nehmen wir an, dass der Beobachter sich mit einer (bezüglich des rotierenden Systems) konstanten Geschwindigkeit v_r radial nach innen bewegt. Dann erfährt er eine Kraft

$$F_C = 2m\omega v_r$$

die gegen die Drehbewegungsrichtung wirkt. Bewegt er sich statt dessen mit der gleichen Geschwindigkeit nach außen, dann erfährt er die gleiche Kraft F_C aber nun in Richtung der Drehbewegung. Eine Eigenschaft, die die Corioliskraft von der Zentrifugalkraft und der Eulerkraft unterscheidet ist, dass sie unabhängig von der Entfernung zur Drehachse ist. Sie hängt lediglich von der Geschwindigkeit des Beobachters ab.

Die Corioliskraft bewirkt, dass Luftmassen in der Atmosphäre, die sich vom Äquator zum Pol bewegen, nach rechts abgelenkt werden, und solche, die sich vom Pol zum Äquator bewegen nach links abgelenkt werden. Dadurch bilden sich auf der Nordhalbkugel stets großräumige Luftwirbel im Uhrzeigersinn und auf der Südhalbkugel solche gegen den Uhrzeigersinn, siehe⁴ Abb. 4.

Abbildung 4: Richtung der Luftwirbel auf der Erdoberfläche



⁴Kes47, Coriolis effect, CC BY-SA 3.0